

Domácí úkol 3

Termín odevzdání: 16. března 2020 na cvičení

Problem 1 (dle Steven Roman: Introduction to Coding and Information Theory, Springer, 1997). Buďte $u, v \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ a buď C kód nad nějakou abecedou Σ . Uvažme následující postup, jehož cílem je zároveň opravovat a detekovat chyby: Přijmeme slovo $\mathbf{y}$. Pokud existuje právě jedno $\mathbf{x} \in C$, které leží ve vzdálenosti nejvýše v od $\mathbf{y}$, tak opravíme $\mathbf{y}$ na $\mathbf{x}$. Jinak ohlásíme, že došlo k neopravitelné chybě.

Řekneme, že kód C umí zároveň opravit v chyb a detekovat u chyb, pokud

- a) v případě, že v odeslaném kódovém slově dojde aspoň jedné a nejvýše v chybám, tak výše zmíněný postup na opravu/detekci chyb chybu opraví na správné (odeslané) slovo, a
- b) pokud dojde k aspoň $v + 1$ a nejvýše $u + v$ chybám, tak výše zmíněný postup vždy ohlásí neopravitelnou chybu.

Dokažte, kód C umí zároveň opravit v chyb a detekovat u chyb, právě když C má minimální vzdálenost aspoň $2v + u + 1$.

Při řešení úloh je možné se poradit s dalšími lidmi (nejlépe s Vašimi spolužáky a spolužačkami), ale svá řešení *píšte samostatně* a před termínem odevzdání úloh sepsaná řešení nikomu *neukazujte*.