Samoopravné kódy

Cvičení

4. května 2020

Problém 1. Dokažte, že binární $(114, 100, 5)$-kód bude mít při chybovosti kanálu $p = 0{,}01$ spolehlivost aspoň

$$0{,}99^{114} + \binom{114}{1} 0{,}99^{113} 0{,}01 + \binom{114}{2} 0{,}99^{112} 0{,}01^2 \doteq 0{,}89$$

Problém 2. Odhadněte pomocí Singletonova a pomocí Hammingova odhadu (viz začátek semestru), jak velké musí být n, aby existoval binární

a) $(n, 100, 3)$-kód,

b) $(n, 100, 5)$-kód.

Co z toho plyne pro hustotu takových kódů?

Problém 3. Propíchnutí kódu je postup, kdy zapomeneme jeden znak kódu; z (n, k, d) kódu vznikne (pro $d > 1$) kód s parametry $(n - 1, k, d')$, kde $d' \geq d - 1$ (tak vznikne třeba kód G_{23} z G_{24}).

Řekněme, že bychom chtěli nechat d být, ale snížit n, k. Pro lineární systematický kód C to můžeme udělat tak, že zdrojové slovo $\mathbf{w} \in \Sigma^{k-1}$ kódujeme takto: Pomocí C kódujeme $0, w_1, \ldots, w_{k-1}$ a pak zahodíme první informační symbol výsledku. Dokažte, že tímto postupem vždy vznikne $[n-1, k-1, d']$-kód pro $d' \geq d$.

Problém 4. Použijte postup z předchozího problému k důkazu existence binárního $[107, 100, 3]$-kódu.

Hint: Začněte s vhodným Hammingovým kódem.

Problém 5 (těžší)**.** Použijte postup z předchozího problému k důkazu existence binárního $[114, 100, 5]$-kódu.

Hint: Začněte s vhodným binárním BCH kódem.