

Cvičení

27. dubna 2020

Problém 1. Jakou entropii má informační zdroj, který s pstí $1/4$ vysílá znak 1 a s pstí $3/4$ vysílá znak 0?

Problém 2 (Kapacita je symetrická). Mějme kanál K s chybovostí $p = 1/2 + q$ pro $q > 0$ a mějme kód C , který funguje dobře (ve smyslu malého počtu špatně přenesených slov) pro kanál s chybovostí $1/2 - q$. Vymyslete, jak transformovat výstup z K , abychom mohli použít kód C .

Problém 3. Kraft-McMillanova věta se dá obrátit: Kdykoli délky $\ell_1, \dots, \ell_k$ splňují $\sum_{i=1}^k 2^{-\ell_i} \leq 1$, tak existuje binární prefixový kód velikosti k s délkami kódových slov $\ell_1, \dots, \ell_k$. Sestavte nějaký takový kód pro $k = 5$ a

$$(\ell_1, \ell_2, \ell_3, \ell_4, \ell_5) = (1, 3, 3, 3, 4).$$

Problém 4. Dokažte (bez děr), že pokud máme zdroj $\mathcal{A}$, který posílá znaky $\{0, 1\}$, každý s pravděpodobností $1/2$ a BSC s chybovostí $p = 1/2$, tak pro každé $k, n \in \mathbb{N}$ a každou volbu blokového (binárního) kódu C délky n , který kóduje bity ze zdroje po blocích délky $k = \log_2(|C|)$ a libovolný dekódovací postup bude pravděpodobnost, že správně určíme zdrojové slovo, nejvýše 2^{-k} . Pokud se Vám nelíbí „libovolný dekódovací postup“, dokažte tvrzení pro dekódování na nejbližšího souseda.

Problém 5. Dokažte, že pokud C je prefixový kód, tak existuje rozhodovací strom pro dekódování C . Formálně je rozhodovací strom pro kód C zakořeněný binární strom, kde hrany jsou označené symboly 0 a 1, pokud má nějaký vrchol dva potomky, tak hrany k nim jsou označené různými symboly a množina cest z kořene k listům je rovna množině kódových slov C .