Je vhodné přidat nějaké teoretické přiklady například na AC, BV, nebo metrické prostory a na každém cvičení tak 1-2 teoretické příklady zadat!

1.-3. cvičení

Vyšetřete bodovou a stejnoměrnou konvergenci následujících posloupností funkcí:

$$1.\ \frac{x^n}{1+x^n} \text{ na } [0,1], \quad 2.\ x^n - x^{2n} \text{ na } [0,1],$$

$$3.\ \sin\Big(\frac{x}{n}\Big) \text{ na } [-100,100] \text{ a na } \mathbf{R}\ , \quad 4.\ n\Big(\sqrt{x+\frac{1}{n}}-\sqrt{x}\Big) \text{ na } (0,\infty)\ ,$$

$$5.\ \sqrt[n]{1+x^n} \text{ na } [0,\infty), \quad 6.\ n\big(x^{\frac{1}{n}}-1\big) \text{ na } [1,100] \text{ a na } [1,\infty).$$

Výsledky a návody:

1. Konverguje nestejnoměrně k 0 na $[0,1)$ a $\frac{1}{2}$ v 1; $\sigma_n = \frac{1}{2}$.

2. Konverguje nestejnoměrně k 0; Derivací zjistíme, že max $x^n - x^{2n}$ je v $\sqrt[n]{\frac{1}{2}}$ a to $\sigma_n = \frac{1}{4}$.

3. Konverguje stejnoměrně k 0 na $[-100,100]$ a nestejnoměrně na $\mathbf{R}$;

Pro $n \geq 100$ je $\sin\frac{x}{n}$ monotónní na $[-100,100]$ a tedy $\sigma_n = \sin\frac{100}{n} \to 0$. Na $\mathbf{R}$ je zjevně $\sigma_n = 1$.

4. Konverguje nestejnoměrně k $\frac{1}{2\sqrt{x}}$; Standartně rozšiřujeme $\sqrt{a}-\sqrt{b}$.

$$\frac{1}{\sqrt{x+\frac{1}{n}}+\sqrt{x}} - \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}-\sqrt{x+\frac{1}{n}}}{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+\sqrt{x+\frac{1}{n}})} = \frac{\frac{1}{n}}{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+\sqrt{x+\frac{1}{n}})^2} \overset{x\to 0+}{\to} \infty = \sigma_n.$$

5. Konverguje stejnoměrně k $\max\{1,x\}$; Na $[0,1]$, $|\sqrt[n]{1+x^n}-1| \leq \sqrt[n]{2}-1 \to 0$.

Na $[1,\infty)$ použijeme $(a^n-b^n) = (a-b)(a^{n-1}+\ldots)$ a odhadneme

$$|\sqrt[n]{1+x^n}-x| = \frac{(\sqrt[n]{1+x^n})^n - x^n}{(\sqrt[n]{1+x^n})^{n-1}+(\sqrt[n]{1+x^n})^{n-2}x+\ldots+x^{n-1}} \leq \frac{1}{n-2} \to 0.$$

6. Konverguje stejnoměrně k $\log x$ na $[1,100]$ a nestejnoměrně na $[1,\infty)$;

$n\big(x^{\frac{1}{n}}-1\big) = \dfrac{e^{\frac{1}{n}\log x}-1}{\frac{1}{n}\log x}\log x \to \log x$. Na $[1,\infty)$ je $\lim\limits_{x\to\infty} n\big(x^{\frac{1}{n}}-1\big)-\log x = \infty = \sigma_n$.

Na $[1,100]$ je potřeba provést rozumný odhad :–).

1.-3. cvičení

Vyšetřete stejnoměrnou a lokálně stejnoměrnou konvergenci následujících posloupností funkcí:

$$1.\ e^{n(x-1)} \text{ na } (0,1), \quad 2.\ \sin\big(\pi x^n\big) \text{ na } [0,1], \quad 3.\ \frac{nx}{1+n+x} \text{ na } (0,\infty),$$

$$4.\ nxe^{-nx^2} \text{ na } \mathbf{R}, \quad 5.\ \frac{\log nx}{n} \text{ na } (0,\infty)\ , \quad 6.\ \Big(1+\frac{x}{n}\Big)^n \text{ na } [0,\infty), \quad 7.\ x\arctan(nx) \text{ na } \mathbf{R}.$$

Výsledky a návody:

1. Konverguje lokálně stejnoměrně k 0 na $(0,1)$; Nekonverguje stejnoměrně:

Moore-Osgood u 1. Na $[0,1-\delta]$ buď Dini, nebo $\sigma_n = e^{-n\delta} \to 0$.

2. Konverguje lokálně stejnoměrně k 0 na $[0,1)$; Nekonverguje stejnoměrně:

$\sigma_n = f_n(\sqrt[n]{\frac{1}{2}}) = 1$. Na $[0,1-\delta]$ je $\sigma_n \leq \sup \pi x^n = \pi(1-\delta)^n \to 0$.

3. Konverguje lokálně stejnoměrně k x na $(0,\infty)$; Nekonverguje stejnoměrně:

$\sigma_n \geq \lim_{x\to\infty} |f_n(x) - f(x)| = \infty$. Na $[0, K]$ odhadneme $\sigma_n = \sup \dfrac{x + x^2}{1 + n + x} \leq \dfrac{K + K^2}{1 + n} \to 0.$

4. Konverguje lokálně stejnoměrně k 0 na $(0, \infty)$ a na $(-\infty, 0)$;

Pomocí derivace zjistíme, že $f_n - f$ roste na $(0, \frac{1}{\sqrt{2n}})$, klesá na $(\frac{1}{\sqrt{2n}}, \infty)$

a maximum má v $\frac{1}{\sqrt{2n}}$ a to $\sigma_n = \sqrt{n}e^{-1}$. Tedy nekonverguje stejnoměrně.

Na $[\delta, \infty)$, $f_n - f$ klesá, pokud je n dost velké: $\dfrac{1}{\sqrt{2n}} < \delta$. Tedy $\sigma_n \leq n\delta e^{-n\delta^2} \to 0$.

5. Konverguje lokálně stejnoměrně k 0 na $(0, \infty)$; Nekonverguje stejnoměrně:

$\sigma_n \geq \lim_{x\to\infty} |f_n - f| = \infty$. Na $[\delta, K]$ odhadneme $\left|\dfrac{\log nx}{n}\right| \leq \max\Big\{\Big|\dfrac{\log n\delta}{n}\Big|, \Big|\dfrac{\log nK}{n}\Big|\Big\} \to 0.$

6. Konverguje lokálně stejnoměrně k e^x na $(0, \infty)$; Nekonverguje stejnoměrně:

$\lim_{x\to\infty} e^x - \left(1 + \dfrac{x}{n}\right)^n = \infty$, neboť e^x roste u ∞ rychleji než polynom.

Z Taylora víme, že existuje $C > 0$ takové, že $|\dfrac{\log(1+y)}{y} - 1| \leq Cy$ pro všechna $0 < y < 1$.

Na $[0, K)$ tedy pro $n > K$ odhadneme

$$\left|\left(1 + \frac{x}{n}\right)^n - e^x\right| = e^x\left|e^{(\frac{\log(1+\frac{x}{n})}{\frac{x}{n}} - 1)x} - 1\right| \leq e^K(e^{C\frac{K}{n}K} - 1) \to 0.$$

7. Konverguje stejnoměrně k $\dfrac{\pi}{2}|x|$ na $\mathbf{R}$; Pomocí l'Hospitala $\lim_{y\to\infty} \dfrac{\frac{\pi}{2} - \arctan y}{\frac{1}{y}} = 1.$

Na $[0, \frac{1}{\sqrt{n}}]$ je $|x \arctan(nx) - \frac{\pi}{2}x| = |x(\arctan(nx) - \frac{\pi}{2})| \leq \dfrac{1}{\sqrt{n}}\pi \to 0.$

Na $[\frac{1}{\sqrt{n}}, \infty]$ je nx velké . Tedy díky $\lim_{y\to\infty} \dfrac{\frac{\pi}{2} - \arctan y}{\frac{1}{y}} = 1$

odhadneme $|x(\arctan(nx) - \frac{\pi}{2})| \leq x\dfrac{C}{nx} = \dfrac{C}{n} \to 0.$

4.-6. cvičení

U následujících řad funkcí zjistěte : a) Pro jaká x řada konverguje? b) Na jakém intervalu konverguje řada stejnoměrně nebo lokálně stejnoměrně? c) Na jakém intervalu je součet řady spojitá funkce?

1. $\sum_{n=1}^{\infty} x^n$, 2. $\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^2x^2+1}$, 3. $\sum_{n=1}^{\infty} x^2 e^{-nx}$, 4. $\sum_{n=1}^{\infty} \log\Big(1 + \dfrac{x^2}{n\log^2 n}\Big)$,

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \arctan\Big(\dfrac{2x}{x^2+n^3}\Big)$, 6. Na $(0, \infty)$ vyšetřete $\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{nx}{(1+x)(1+2x)\cdots(1+nx)}$.

Výsledky a návody:

1. Konverguje lokálně stejnoměrně na $(-1, 1)$ a tedy je tam i spojitá;

Podle nutné podmínky nekonverguje stejnoměrně na $(-1, 1)$.

Na $[-1+\delta, 1-\delta]$ použijeme Weierstrasse: $|x^n| \leq (1-\delta)^n$ a $\sum_n (1-\delta)^n < \infty$.

2. Konverguje lokálně stejnoměrně na $(-\infty, 0)$ a $(0, \infty)$ a tedy je tam i spojitá;

Konverguje na $\mathbf{R} \setminus \{0\}$. Podle nutné podmínky nekonverguje stejnoměrně.

Na $\mathbf{R}\setminus(-\delta, \delta)$ použijeme Weierstrasse: $\left|\dfrac{1}{n^2x^2+1}\right| \leq \dfrac{1}{n^2\delta^2+1}$ a $\sum_n \dfrac{1}{n^2\delta^2+1} < \infty$.

3. Konverguje stejnoměrně na $[0, \infty)$ a tedy je tam i spojitá;

Derivováním zjistíme, že $|u_n(x)| \le u_n(\frac{2}{n}) = \dfrac{4}{n^2}e^{-2}$. Weierstrass a $\displaystyle\sum_n \frac{4}{n^2}e^{-2} < \infty$.

4. Konverguje lokálně stejnoměrně na $\mathbf{R}$ a tedy je tam i spojitá;

Podle nutné podmínky nekonverguje stejnoměrně na $\mathbf{R}$.

Na $[-K, K]$ použijeme Weierstrasse: $|u_n(x)| \le \log\Big(1 + \dfrac{K^2}{n\log^2 n}\Big) \le \dfrac{K^2}{n\log^2 n}$

a $\displaystyle\sum_n \frac{K^2}{n\log^2 n}$ konverguje podle kondenzačního kritéria.

5. Konverguje stejnoměrně na $\mathbf{R}$ a tedy je tam i spojitá;

Derivováním zjistíme, že $|u_n(x)| \le u_n(n^{3/2})$. Weierstrass a $\displaystyle\sum_n \arctan\Big(\frac{2n^{3/2}}{2n^3}\Big) < \infty$.

6. Konverguje lokálně stejnoměrně na $(0, \infty)$;

Na $[\delta, \infty)$ odhadneme $\Big|\dfrac{nx}{1+nx}\dfrac{1}{(1+x)\cdots(1+(n-1)x)}\Big| \le 1\dfrac{1}{(1+\delta)^{n-1}}$

a použijeme Weierstrasse $\displaystyle\sum_n \frac{1}{(1+\delta)^{n-1}} < \infty$. Nekonverguje stejnoměrně :

$\log\big((1+x)\cdots(1+nx)\big) \le \log(1+x) + \ldots + \log(1+nx) \le x + \ldots + nx \le n^2 x$,

a tedy $u_n(x) \ge \dfrac{nx}{\exp(n^2x)}$. Není splněna Bolzano-Cauchyho podmínka, neboť

$$\sum_{n=n_0}^{2n_0} u_n(\tfrac{1}{n_0^2}) \ge \sum_{n=n_0}^{2n_0} \frac{\frac{1}{n_0}}{\exp(4)} \ge \frac{1}{\exp(4)}.$$

4.-6. cvičení

Vyšetřete stejnoměrnou a lokálně stejnoměrnou konvergenci následujících řad funkcí:

1. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+x}$ na $(-1, \infty)$, 3. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (1-x)x^n$ na $[0, 1]$, 4. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^s}$ na $\mathbf{R}$, $s \in \mathbf{R}$,

6. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n} \arctan(nx)$ na $[0, 2\pi]$, 7. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin x\ \sin nx}{\sqrt{n+x}}$ na $(0, \infty)$.

Rozhodněte, jestli jsou následující funkce diferencovatelné na $(-1, \infty)$:

$$2.\ F(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+x}, \quad 5.\ G(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x}{n+x}.$$

Výsledky a návody:

1. Konverguje stejnoměrně; Dirichlet s $\varepsilon_n(x) = (-1)^n$.

3. Konverguje stejnoměrně; Dirichlet s $\varepsilon_n(x) = (-1)^n$.

Průběh funkce $(1-x)x^n$ dá stejnoměrnou konvergenci $a_n(x)$ k 0.

4. Konverguje stejnoměrně pro $s > 1$ a lokálně stejnoměrně pro $0 < s \le 1$ na $(0, 2\pi) + k\pi$;

Pro $s > 1$ Weierstrass s $a_n = \dfrac{1}{n^s}$. Pro $0 < s \le 1$ lze lokálně Dirichlet s $\varepsilon_n = \cos nx$.

Na celém $(0, 2\pi)$ neplatí B-C, neboť $\displaystyle\sum_{n=n_0}^{2n_0} u_n\Big(\frac{1}{n_0}\Big) \ge \frac{1}{1000}$.

6. Konverguje lokálně stejnoměrně; Na $[0, 2\pi]$ není splněna B-C:

$\displaystyle\sum_{n=n_0}^{2n_0} u_n\Big(\frac{1}{n_0}\Big) \ge \frac{1}{1000}$. Na $[\delta, 2\pi - \delta]$ lze užít Abel s $\varepsilon_n = \arctan nx$

a $a_n(x) = \dfrac{\cos nx}{n}$ konverguje stejnoměrně z Dirichleta.

7. Konverguje stejnoměrně; Dirichlet s $\varepsilon_n(x) = \sin x \ \sin nx$.

Lze ukázat, že částečné součty $\varepsilon_n(x)$ jsou omezené - i u 0!!!

2. Je diferencovatelná na $(-1,\infty)$; $F(0) = \sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ konverguje z Leibnitze.

$$\sum_{n=1}^{\infty} u_n'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(-1)}{(n+x)^2} \text{ a na } [-1+\delta,\infty): \ |u_n(x)| \le \frac{1}{(n-1+\delta)^2}.$$

$\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{(n-1+\delta)^2} < \infty$ a díky Weierstrassovi existuje F' na $[-1+\delta,\infty)$, a tedy na $(-1,\infty)$.

5. Je diferencovatelná na $(-1,\infty)$; Zřejmě $G(x) = xF(x)$, a tedy to plyne z 6.

Jde i znovu ověřit předpoklady věty: $\sum_{n=1}^{\infty} u_n'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n n}{(n+x)^2}$

a tato řada konverguje stejnoměrně z Dirichleta s $\varepsilon_n(x) = (-1)^n$ na $(-1,K]$.

Z $\dfrac{\partial}{\partial n}\dfrac{n}{(n+x)^2}$ zjistíme, že monotonie v n platí pro $n \ge n_0 \ge K$!

7. cvičení

Písemka na celou hodinu

8.-9. cvičení

Určete poloměr konvergence následujících řad:

$$1.\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n^3}, \quad 2.\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} z^n, \quad 3.\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^{n!}}{n!},$$

$$4.\ \sum_{n=1}^{\infty} \left(na^n + \tfrac{b^n}{n^2}\right) z^n \text{ pro } 0 < a < b\ , \quad 5.\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a^{n^2}} z^n \text{ pro } a > 0.$$

Sečtěte PRIDAT HODNE PRIKLADU NA ABELOVU VETU!

$$6.\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+3}.$$

Rozviňte do řady náledující funkce:

$$7.\ \arctan x, \quad 8.\ \frac{x^2+1}{x^2-1}, \quad 9.\ \frac{1}{(1+x^2)^2}, \quad 10.\ \sin^2 x.$$

Výsledky a návody:

1. $R = 1$; $\lim \sqrt[n]{n} = 1$.

2. $R = 4$; $R = \lim \dfrac{a_n}{a_n+1} = \lim \dfrac{(2n+1)(2n+1)}{(n+1)^2}$.

3. $R = 1$; $a_{n!} = \dfrac{1}{n!}$ a $a_k = 0$ jinak. $\lim \sqrt[n]{n} = 1$.

4. $R = \dfrac{1}{b}$; 2 policajti : $\sqrt[n]{\frac{b^n}{n^2}} \le \sqrt[n]{na^n + \frac{b^n}{n^2}} \le \sqrt[n]{2nb^n}$.

5. $R = 0$ pro $a \le 1$ a $R = \infty$ pro $a > 1$; Zřejmé z $\lim \dfrac{a_n}{a_{n+1}}$.

6. $1 - \frac{\pi}{4}$; Na funkci $g(y) = \sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{2n+3} z^{2n+3}$ použijeme Abelovu větu.

$$g'(z) = \sum (-1)^n z^{2n+2} = 1 - \frac{1}{1+z^2}, \text{ a tedy } g(z) = C + z - \arctan z.$$

7. $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n+1} x^{2n+1}$; Zintegrujte $(\arctan x)' = \dfrac{1}{1+x^2} = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n}$.

8. $-1 - \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} 2x^{2n}$; $\dfrac{1}{1-x^2}$ je geometrická řada.

9. $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k (k+1) z^{2k}$; $\dfrac{1}{1+x^2}$ umíme a součin dvou řad podle vzorečku.

10. $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{2^{2k-1}}{(2k)!} x^{2k}$; $\sin^2 x = \dfrac{1}{2}(1 - \cos 2x)$ a řadu pro $\cos$ známe.

10. cvičení

Nalezněte Fourierovy řady následujících funkcí:

1. $\mathrm{sgn}(x)$ na $(-\pi, \pi)$;
2. x^2 na $(0, 2\pi)$, Co dostaneme v bodě $x = 0$?;
3. Napište x^2 na $(0, \pi)$ jako součet sinové řady;
4. $\sin(ax)$ na $(-\pi, \pi)$ pro $a \notin \mathbf{Z}$.

Výsledky a návody:

1. $1 = \dfrac{4}{\pi} \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(2n+1)x}{2n+1}$ pro všechna $x \in (0, \pi)$.

2. $x^2 = \dfrac{4\pi^2}{3} + \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{n^2} \cos nx - \frac{4\pi}{n} \sin nx \right)$ pro všechna $x \in (0, 2\pi)$;

Dvakrát per-partes. Dosazením v 0 dostaneme $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$.

3. $x^2 = \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2\pi}{n} (-1)^{n+1} + \frac{4}{\pi n^3} \big((-1)^n - 1 \big) \right) \sin nx$ pro všechna $x \in (0, \pi)$;

Pracujeme s 2π-periodickou funkcí, kde $f(x) = x^2$ na $(0, \pi)$ a $f(x) = -x^2$ na $(-\pi, 0)$.

4. $\sin ax = \dfrac{2 \sin \pi a}{\pi} \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n \sin nx}{n^2 - a^2}$ pro všechna $x \in (-\pi, \pi)$;

Dle vzorce pro $\cos\alpha - \cos\beta$ dostaneme $\sin ax \sin kx = \dfrac{1}{2} \big(\cos(\tfrac{ax-kx}{2}) - \cos(\tfrac{ax+kx}{2}) \big)$.

11. cvičení

1. Sečtěte $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n\alpha}{n^2}$ a $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n\alpha}{n^2}$ pro $0 < \alpha < \pi$.
2. Co tvrdí Parsevalova rovnost pro funkci $f(x) = x^2$ na $[-\pi, \pi]$?
3. Sečtěte $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} q^n \sin nx$ pro $q \in (-1, 1)$. Je tato řada Fourierovou řadou svého součtu?
4. Sečtěte $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos nx}{n!}$ a spočtěte $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{2}} e^{\cos x} \cos(\sin x) \cos nx$.

Výsledky a návody:

1. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin^2 n\alpha}{n^2}=\frac{1}{2}\alpha(\pi-\alpha)$ a $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos^2 n\alpha}{n^2}=\frac{1}{6}(\pi^2-3\pi\alpha+3\alpha^2)$;

Aplikujeme Parsevalovu rovnost na $\displaystyle\chi_{[-\alpha,\alpha]}(x)=\frac{\alpha}{\pi}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2\sin k\alpha}{k\pi}\sin nx$.

Tím dostaneme první rovnost. Druhou z $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos^2 n\alpha}{n^2}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1-\sin^2 n\alpha}{n^2}$.

2. $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^4}=\frac{\pi^4}{90}$; $b_k=0$, $a_0=\frac{2}{3}\pi^2$ a $a_k=\frac{4(-1)^k}{k^2}$.

3. $\displaystyle\frac{q\sin x}{1-2q\cos x+q^2};=Im\Big(\sum_{n=1}^{\infty}q^n e^{inx}\Big)$ a sečteme geometrickou řadu $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\big(qe^{ix}\big)^n=\frac{1}{1-qe^{ix}}=\frac{1-qe^{-ix}}{1+q^2-2q\cos x}$. Funkce $\displaystyle\frac{q\sin x}{1-2q\cos x+q^2}$ je všude diferencovatelná, a tedy je Fourierovou řadou svého součtu.

4. $e^{\cos x}\cos(\sin x)$ a $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{2}}e^{\cos x}\cos(\sin x)\cos nx=\frac{\pi}{n!};\sum=Re\Big(\sum_{n=1}^{\infty}\frac{e^{inx}}{n!}\Big)$.

Z řady pro exponencielu $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(e^{ix})^n}{n!}=e^{e^{ix}}=e^{\cos x+i\sin x}=e^{\cos x}\big(\cos(\sin x)+i\sin(\sin x)\big)$.

Z jednoznačnosti koeficientů Fourierovy řady dostaneme hodnotu $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{2}}$.

12. cvičení

Písemka na celou hodinu