Staroegyptská matematika. Hieratické matematické texty

[Titulní stránky]

In: Hana Vymazalová (author): Staroegyptská matematika. Hieratické matematické texty. (Czech). Praha: Český egyptologický ústav FF UK, 2006. pp. [1]–[2].

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/401064

ČESKÝ EGYPTOLOGICKÝ ÚSTAV

DĚJINY MATEMATIKY, svazek 31

STAROEGYPTSKÁ MATEMATIKA

HIERATICKÉ MATEMATICKÉ TEXTY

Hana Vymazalová

PRAHA 2006

DĚJINY MATEMATIKY

Redakce:

Eduard Fuchs
Ústav matematiky a statistiky Přírodovědecké fakulty
Masarykova univerzita,
Janáčkovo nám. 2a,
602 00 Brno

Recenzenti:

Prof. PhDr. Miroslav Verner, DrSc.
Doc. RNDr. Eduard Fuchs, CSc.

Vydání této publikace bylo financováno z prostředků výzkumného záměru Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy ČR, MSM-0021620826.

ISBN 80-7308-156-3

Obsah

Předmluva

Tato knížka je učena všem, kdo se zajímají o matematiku a její historii, není však zamýšlena jako vyčerpávající studie o staroegyptském matematickém myšlení. Místo toho přináší pohled na přímé prameny, tedy na několik matematických textů, které se dochovaly do dnešních dnů. Většina z nich sloužila k výuce matematiky v egyptských písařských školách, a dává nám tedy nahlédnout nejen na matematiku jako takovou, ale také na část postupů, které byly užívány při výuce budoucích státních úředníků.

Kniha je rozvržena do dvou částí. První představuje úvod do egyptské matematiky a přináší základní přehled o obsahu dochovaných textů. Stručně se věnuje jazykové stránce textů, objasňuje zápisy čísel i matematických operací a popisuje různé typy úloh, které jsou v textech zachyceny, spolu s rozličnými metodami výpočtů. Zachycuje tak rozsah matematických problémů, kterým se dochované texty věnují, a měla by umožnit srovnat či posoudit řešení či obtížnost příkladů pocházejících z různých textů.

Druhou část tvoří překlady matematických textů, které jsou řazeny podle přibližného stáří od nejstarších po nejmladší. Každý text je uveden stručnou charakteristikou upřesňující jeho stáří, dobu a místo nálezu a současné umístění. Doprovodný obrázek vždy naznačuje povahu toho kterého textu na základě vybrané ukázky. Připojena je také základní bibliografie. V překladech byla záměrně ponechána pokud možno doslovná forma úloh, která může působit až krkolomně, avšak odráží drobné jazykové a formální rozdíly mezi jednotlivými texty a rovněž zachycuje způsoby vyjadřování staroegyptských písařů.

Přepisy jmen a egyptských termínů a způsob datace se řídí oborovým standardem udávaným *Ilustrovanou encyklopedií starého Egypta* (M. Verner, L. Bareš, B. Vachala, Praha 1998).

Ráda bych vyjádřila poděkování Eduardu Fuchsovi za jeho podporu a cenné rady, kterých se mi dostalo nejen během přípravy této knížky. Můj velký dík patří také Miroslavu Vacurovi za cenné připomínky a technickou pomoc, Martě Štrachové a Jolaně Malátkové za připomínky k rukopisu, které měly výrazný vliv na čtivost a přehlednost knihy, a rovněž mým kolegům a přátelům, kteří mě během psaní podporovali.

Stručný přehled dějin

Dějiny starověkého Egypta dnes dělíme na několik období, jež odrážejí větší či menší stabilitu státu. Pro jednotlivé dynastie uvádíme stručnou charakteristiku a vybrané památky. Uvedená data jsou pouze přibližná, s jistotou lze datovat jen události v 1. tisíciletí př. Kr.

Předdynastická doba (cca 4500–3150 př. Kr.)
starší, střední, mladší
0. dynastie: proces sjednocování Egypta

Archaická doba (cca 3150–2700 př. Kr.)
1. dynastie
2. dynastie

Stará říše (cca 2700–2180 př. Kr.)
3. dynastie: stupňovité pyramidy (Džoserova v Sakkáře)
4. dynastie: centralizovaný stát, rozměrné pyramidy v Médúmu, Dahšúru, Gíze
5. dynastie: skromnější pyramidy v Abúsíru a Sakkáře, sluneční chrámy
6. dynastie: pyramidy v Sakkáře, Texty pyramid, pozvolný rozklad státní struktury

První přechodná doba (cca 2180–1994 př. Kr.)
7. dynastie: oslabení centrální moci, rozvoj lokálních tradic
8. dynastie: rozvoj lokálních tradic
9. a 10. dynastie: panovníci sídlící v Hérakleopoli
11. dynastie: panovníci sídlící v Thébách, sjednocení Egypta

Střední říše (cca 1994–1797 př. Kr.)
12. dynastie: pyramidy v Sakkáře, Dahšúru, Lištu, Láhúnu, Hawwáře

Druhá přechodná doba (cca 1797–1534 př. Kr.)
13. dynastie: pozvolný úpadek centrální moci
14. dynastie: méně významní panovníci vládnoucí v Deltě
15. dynastie: hyksóští panovníci vládnoucí v severní části země
16. dynastie: vazalové Hyksósů
17. dynastie: panovníci sídlící v Thébách a vládnoucí v jižní části země, sjednocení Egypta a vyhnání Hyksósů

Nová říše (cca 1543–1080 př. Kr.)

18. dynastie: expanzivní politika a rozkvět diplomacie, skalní hrobky v Údolí králů, velké chrámové komplexy
19. dynastie: vojenské výpravy, rozsáhlá stavební činnost
20. dynastie: pozvolný úpadek centrální moci

Třetí přechodná doba (cca 1078–715 př. Kr.)

21. dynastie: rozdělení moci mezi panovníky a velekněze
22. dynastie: vládci libyjského původu v Tanidě a Búbastidě
23. dynastie: vládci libyjského původu v Leontopoli
24. dynastie: nezávislý vládce v západní části Delty

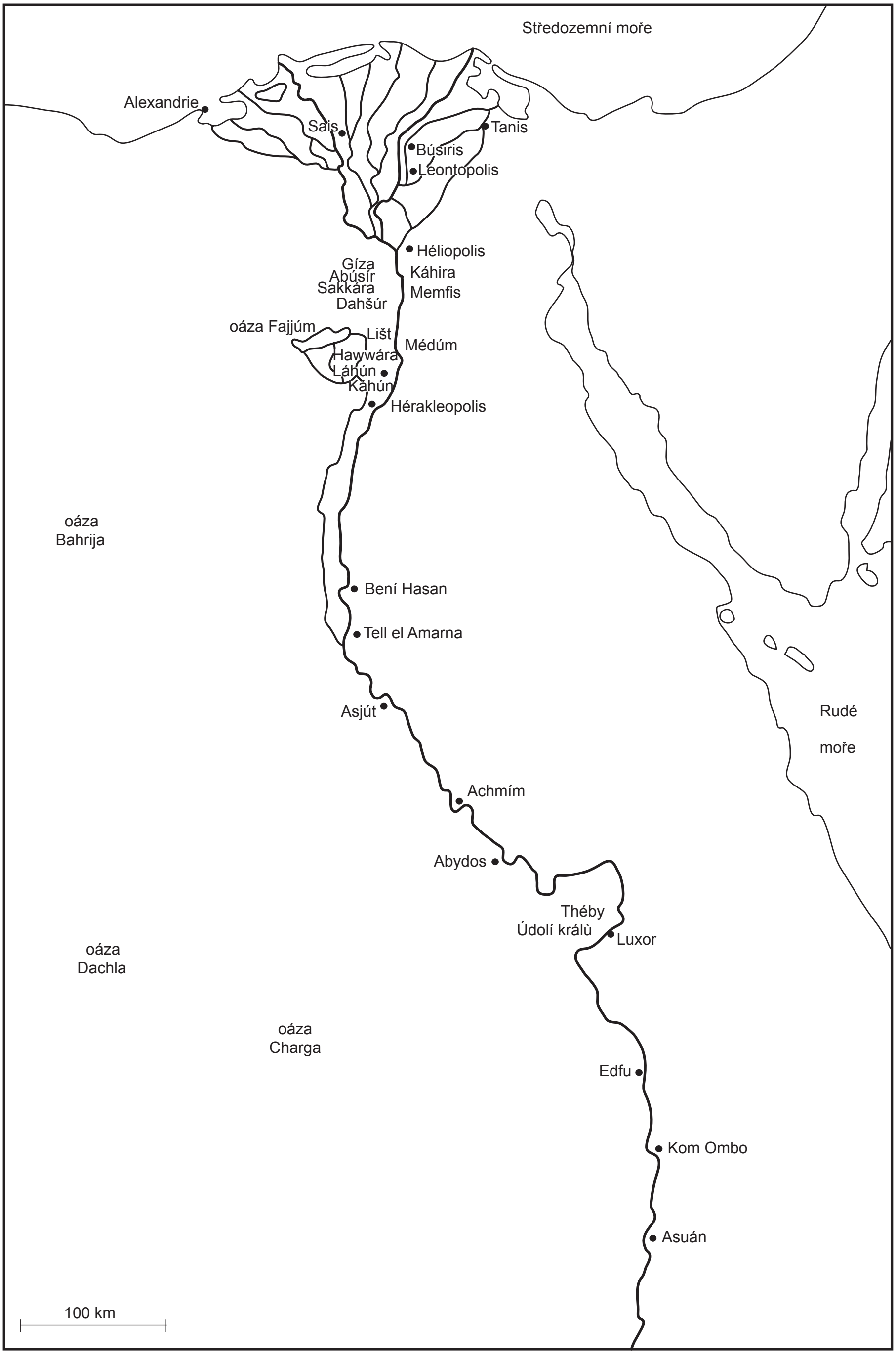
Pozdní doba (715–305 př. Kr.)

25. dynastie: panovníci z Núbie
26. dynastie: návrat k egyptským tradicím, tzv. sajská renesance, řecké komunity v Egyptě
27. dynastie: první perská nadvláda
28. dynastie: krátká vláda panovníka Amenardise
29. dynastie: kratší vlády panovníků, původně vojenských velitelů
30. dynastie: prosperita země, navázání na tradice z doby sajských vládců, boje o samostatnost Egypta
31. dynastie: druhá perská nadvláda

Alexandr Veliký a další řečtí vládcové, boje diadochů

Ptolemaiovská doba (305–30 př. Kr.)

velký vliv Řecka na egyptskou kulturu, Alexandrie centrem vzdělanosti



Mapa Egypta zachycující významná starověká města a pohřebiště.

Část I
Staroegyptská matematika

I.1 Úvod

Staroegyptská kultura a její pozoruhodné hrobky, chrámy, zvyky a představy se těší neutuchající pozornosti. Matematika starých Egypťanů nicméně stojí poněkud na okraji zájmu, přestože právě matematické znalosti byly nezbytné pro fungování egyptského státu, který se v úrodném nilském údolí rozvíjel po více než tři tisíciletí. Matematika společně s psaním a čtením tvořila základní součást vzdělání egyptských úředníků. Byla nesmírně důležitá pro zajištění administrativní kontroly země, budování staveb světského i náboženského významu či důmyslné organizování lidských i přírodních zdrojů.

Egyptská matematika se bez nejmenších pochyb počala rozvíjet již v období před založením jednotného egyptského státu, avšak nejstarší známé texty obsahující matematické výpočty pocházejí až z doby o více než tisíc let mladší. Ve většině případů se jedná o sbírky vyřešených matematických problémů, které sloužily jako pomůcky při výuce matematiky v písařských školách; dochovaly se však také různé tabulky, jichž se v matematické praxi zřejmě hojně využívalo.

Texty jsou jedinými přímými svědky matematických vědomostí starých Egypťanů, ačkoli o nemalých znalostech a výjimečných administrativních a organizačních schopnostech staroegyptských písařů, úředníků a stavitelů vypovídají nadmíru výmluvně také monumentální stavby, především pyramidy a rozlehlé chrámové komplexy. Tyto památky se často stávají předmětem více či méně fantastických zkoumání odhalujících skryté vědění a pokročilé znalosti starověkých Egypťanů. I ve stínu ohromujících staveb bychom se však měli vyhnout nepodloženým spekulacím, a tedy mějme na paměti, že s jistotou můžeme o staroegyptské matematice tvrdit pouze to, co nalezneme v přímých pramenech. A poněvadž se dochovalo jen velmi málo matematických textů, nezbývá nám než smířit se s omezeným poznáním.

Matematické texty, jež jsou v této knížce zahrnuty, pocházejí z první poloviny 2. tisíciletí př. Kr. Jsou psány hieratickým písmem, které sloužilo v každodenním životě pro psaní běžných záznamů, administrativních dokumentů, dopisů atp., zatímco věhlasnější hieroglyfy byly určeny pro oficiální záznamy, zejména pro tesání na kamenné stěny chrámů. Gramaticky tyto texty odpovídají klasické (střední) egyptštině a psacím materiálem je zpravidla papyrus, dochovaly se však i tabulky ze dřeva, svitek z kůže a několik ostrak, tedy úlomků vápence či keramiky.

Ze starších období egyptských dějin se žádné matematické texty nedochovaly. Mladší texty z konce 1. tisíciletí př. Kr. a pozdějších období psané démotickým nebo řeckým písmem do značné míry odrážejí vliv mezopotámské a řecké matematiky. Tvoří tedy trochu jinou skupinu pramenů vypovídající o dalším vývoji matematických znalostí a bude jim věnována pozornost v některé z dalších publikací.

Při čtení hieratických textů se hieratika nejprve přepíše do formy hieroglyfické, potom následuje transliterace a překlad. Texty bývají na mnoha místech poničeny, v tomto případě je příslušná pasáž v překladu vyznačena závorkami či tečkami. Někdy je možné zničený text částečně či úplně rekonstruovat, například se znalostí analogických příkladů z jiných textů.

Dochované matematické texty jsou známy pod různými názvy, jež zpravidla odrážejí místo, kde byly nalezeny (např. káhúnské papyry, tabulky z Achmímu), nebo místo současného uložení ve světových muzeích (např. moskevský papyrus, berlínské fragmenty). Rhindův papyrus, nejznámější a nejobsáhlejší z dochovaných matematických textů, je pojmenován po sběrateli starožitností. Podrobnější informace k jednotlivým textům ohledně místa nálezu a současného umístění, stejně jako stručný popis a základní bibliografie následují ve druhé části.

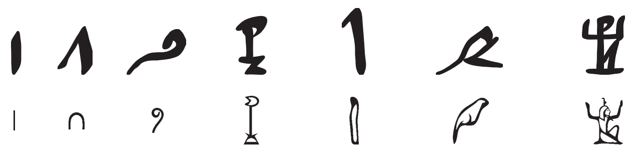
O egyptské matematice byla sepsána řada knih a studií z pohledu matematiků i egyptologů. Kromě komentovaných překladů jednotlivých textů stojí za zmínku zejména práce Otto Neugebauera o egyptské aritmetice a geometrii, uveřejněné v řadě *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik* (Berlín 1931). Významná je též jeho publikace *Die Grundlagen der Ägyptischen Bruchrechnung* (Berlín 1926). Obecněji pojednává o matematice například Olivier Gillain ve svém díle *La science égyptienne: l'arithmétique au Moyen Empire* (Brusel 1927). Úplným počátkům egyptské matematiky se věnuje doktorská disertace Waltera Friedricha Reinekeho *Gedanken und Materialien zur Frühgeschichte der Mathematik in Ägypten.* Za bližší pozornost rozhodně stojí dílo Richarda J. Gillingse *Mathematics in the Time of the Pharaohs* (New York 1972). Souborem vybraných úloh z hieratických matematických textů se zabývala Sylvia Couchoud ve své knize *Mathématiques égyptiennes: recherches sur les connaisances mathématiques de l'Egypte pharaonique* (Paříž 1993). Z novějších publikací stojí jistě za zmínku *Ägyptische Algorithmen. Eine Untersuchung zu den mittleägyptischen mathematischen Aufgabentexten* (Wiesbaden 2003) od Annette Imhausen, která však bere v úvahu jen soubory příkladů a nevěnuje pozornost ostatním typům dochovaných matematických textů. Z českých prací můžeme zmínit svazek 23 této edice od Jindřicha Bečváře, Martiny Bečvářové a Hany Vymazalové, *Matematika ve starověku. Egypt a Mezopotámie*, jenž zahrnuje základní informace o staroegyptské matematice.

I.2 Jazykové prostředky

Matematické texty se v rámci staroegyptské literatury řadí mezi tzv. vědeckou literaturu, jež užívá zvláštní slovesnou formu vyjadřující nutnou akci ve smyslu „má se učinit“.[1] Ta je typická zejména pro lékařské a matematické texty, kde se užívá v popisech rozmanitých problémů a v návodech k jejich řešení, a je tedy zcela v souladu s návodnou povahou těchto textů. V češtině se nejlépe vyjádří imperativem, a to zejména v zadání úloh a popisech řešení, či přítomným časem, např. při vyjadřování výsledku.

Číselný systém a zápis čísel

Egyptská matematika užívala dva typy čísel, a to celá čísla a zlomky. Pro celá čísla byl vyvinut nepoziční desetinný systém zápisu, využívající číslice od 1 do 1 000 000. Čísla se zapisovala kombinací potřebného počtu číslic pro jednotky, desítky, stovky, … Přehled egyptských číslic a jejich hieratický a hieroglyfický zápis zachycuje následující tabulka:



1 10 100 1 000 10 000 100 000 1 000 000

Zlomky zahrnovaly převrácené hodnoty celých čísel, tedy šlo o zlomky kmenné. V zápisu se zlomek od celého čísla odlišoval znakem 𓂋 zapsaným nad číslovkou. V hieratice se ze znaku 𓂋 stala tečka. Výjimku v systému kmenných zlomků tvořily $\frac{2}{3}$, které se zapisovaly znakem 𓂌, v hieratice .

Počítání s kmennými zlomky nebylo tak docela snadné, neboť výsledky sčítání, odčítání, násobení či dělení zlomků musely být vždy vyjádřeny opět jen kmennými zlomky. Zvládnutí počítání se zlomky však bylo základem pro další studium matematiky a velká část matematických textů se mu podrobně věnuje (viz oddíl I.4).

[1] A. H. Gardiner, *Egyptian Grammar: Being an Introduction to the Study of Hieroglyphs*, Oxford 1957, s. 344–347; J. P. Allen, *Middle Egyptian: an Introduction to the Language and Culture of Hieroglyphs*, Cambridge 2000, s. 304–306.

Matematické operace a jejich terminologie

Symbolický zápis nebyl ve starém Egyptě znám. Zadání úloh i postup řešení se popisovaly slovně, přičemž v některých případech slovní popisy doprovázely také písemné výpočty provádějící operace zmíněné v textu.

Pro vyjádření jakékoli operace egyptští písaři používali často výraz *iri*, jehož základní význam je „dělat", což lze v kontextu matematických textů chápat jako „počítat". Vedle toho však každá z operací nabízela i další, pro ni specifické možnosti vyjádření, často odrážející způsob provedení.

Sčítání

Desítková číselná soustava umožňovala velmi jednoduše sčítat prakticky jakékoli celočíselné hodnoty (o zlomcích bude řeč dále). Sčítání se kromě nejčastějšího *iri* vyjadřovalo i slovesem *waḥ* s významem „spojit", „připojit". Zřídka se v této souvislosti objevuje i sloveso *demedž* ve významu „sjednotit".

Odčítání

Sloveso *iri* v tomto případě zpravidla stojí ve spojení s *wedžat*, což znamená „zbytek": „Spočítej zbytek 16 za 15" (M15), čili $16-15$. Podobnou konstrukci mohlo *iri* vytvořit také s *aa* „velikost": „Spočítej velikost těch 10 k těm 4" (M19), čili $10-4$.

Dalším výrazem používaným pro vyjádření operace odčítání bylo sloveso *chebi* s původním významem „zmenšit". Výsledek operace mohl být v tomto případě označen opět jako *wedžat* „zbytek": „odečti 1 od 10, zbytek je 9" (R64), čili $10-1=9$.

Násobení

Operace násobení byla založena na sčítání a tuto skutečnost odráží nejčastější formulace: „sečti x y-krát", nebo „počítej s x y-krát". Užívají se při tom slovesa *iri* a *waḥ* (často v konstrukci *waḥ-tep-m*), a to ve spojení se *sep* či *r-sep*, tedy „krát".

Př: $15 \cdot 13$		
	\1	15
	2	30
	\4	60
	\8	120

Činitel 15 se zdvojnásobuje, dokud jeho násobky nedají druhého činitele, tedy $1+4+8=13$. Výsledku se dosáhne sečtením odpovídajících hodnot z druhého sloupce, tedy $15+60+120=195$. Šikmá čárka u hodnoty násobku naznačuje, které násobky činitele jsou určeny k sečtení. V některých případech bylo výhodnější použít místo dvojnásobků desetinásobky, pro necelé činitele se určovaly rovněž poloviny či desetiny.

Dělení

Při dělení se postupovalo podobně jako u násobení, kdy se při zdvojnásobování dělitele nejprve našla v pravém sloupci hodnota dělence a sečtením odpovídajících hodnot z levého sloupce se získal výsledek.

$$
\text{Př: } 43 \div 8 \quad \begin{array}{rr}
\backslash 1 & 8 \\
2 & 16 \\
\backslash 4 & 32 \\
\backslash \frac{1}{8} & 1 \\
\backslash \frac{1}{4} & 2
\end{array}
$$

Jelikož $43 = 8 + 32 + 1 + 2$, výsledkem je $5 + \frac{1}{8} + \frac{1}{4}$. Při dělení se zlomky se často využívalo obrácené hodnoty dělitele, jejíž násobek je roven 1.

Pokud bylo dělení vyjádřeno pomocí *iri*, stálo toto sloveso ve spojení s účelovou konstrukcí *r gemet* „pro nalezení“, „aby se nalezlo“, což velmi pěkně vystihuje proces, který se v průběhu dělení udál: „Počítej s 16, až najdeš (dokud nenajdeš) 25“ (M11), čili $25 \div 16$. Totéž sloveso však mohlo vyjadřovat operaci dělení i jiným způsobem, totiž když se dělení vyjádřilo jako násobení dělence zlomkem, jehož jmenovatelem se stal dělitel: „spočítej jeho $\frac{1}{10}$“ (R46), čili $x \div 10$. Podobně mohlo být použito také sloveso *waḥ*, ale pouze ve spojení s „aby se nalezlo“, zatímco se zlomkem není doloženo v žádné ze známých úloh.

Méně často se užívá sloveso *nis*. Zatímco výše uvedené způsoby vyjádření operaci dělení pouze popisují, tento termín lze přeložit přímo jako „dělit“: „Vyděl $1 \div (3 + \frac{1}{3})$“ (R35).

Vyjádření výsledku

Výsledek matematické operace se označuje dvěma způsoby, a to pomocí sloves *cheper* „vzniknout“, „stát se“ a *demedž* ve významu „sečteno“, tedy „celkem“. První způsob vyjádření se objevuje u výsledků zmiňovaných v textu, zatímco druhým způsobem se označují výsledky písemných výpočtů.

Sloveso *cheper* může být použito v prostém tvaru „vyjde x“ nebo se sponou *m* ve spojení „výsledek je x“, přičemž některé texty nabízejí oba způsoby vyjádření. V káhúnských papyrech se setkáváme s výrazem „to, co zde vyjde, je x“. Pro jednoduchou orientaci v překladech je pro různé formy vyjádření použit pouze výraz „vyjde“.

Další operace

Velký význam má v egyptské matematice operace zdvojnásobování, která se užívá především při násobení a dělení. Nejčastěji se označuje opisem „počítej s x 2krát“, v moskevském papyru se však můžeme setkat i s termínem *ḳab* „zdvojnásobit“. Operace zdesateronásobování se popisuje výhradně výrazem „počítej s x 10krát“.

Operace umocňování není v dochovaných textech příliš častá a ve všech známých případech se provádí na „vhodných“ hodnotách. Často je vyjádřena jako „spočítej x x-krát“. V moskevském papyru se používá výraz *seš* „mocnina“, a to ve spojení „spočítej x v mocnině“, zatímco berlínský papyrus operuje s výrazem *ḥajet* „pravoúhelník“ ve spojení „spočítej pravoúhelník z x“. Tento způsob vyjádření by napovídal, že pro Egypťany (stejně jako později pro Řeky) byla druhá mocnina produktem geometrie, i když výraz *seš* naznačuje, že mohla být chápána i jinak.

Odmocňování se jednotně označuje termínem *ḳenbet* „odmocnit“. Téměř ve všech případech je odmocňovaná hodnota opět bezproblémová, jedinou výjimkou je výpočet na berlínském papyru. Ohledně způsobu egyptského odmocňování se předpokládá, že, podobně jako u umocňování, byla i zde použita geometrická cesta spolu s empiricky zjištěnými vztahy mezi čísly.

Ustálená slovní spojení používaná v úlohách

Vzhledem k různému stáří a místu původu matematických textů můžeme očekávat určité odchylky ve formě zápisu příkladů i v metodách počítání, které tyto úlohy popisují. Přesto je však možné vysledovat určitou snahu o formální jednotu, užívání specifické matematické terminologie (viz výše) a ustálených výrazů označujících jednotlivé součásti příkladu.

Nejpropracovanější úlohy dodržují přehlednou formu, která zahrnuje nadpis upřesňující typ úlohy, vlastní zadání problému obsahující vstupní hodnoty potřebné k počítání, podrobný popis řešení, jenž může zahrnovat i písemné výpočty, a v závěru zkoušku a stručnou odpověď.

Mnohé úlohy tuto ideální podobu nedodržují, obsahují však zpravidla alespoň některé její součásti. Známe úlohy s nadpisem omezujícím se na „další příklad“, jindy po nadpisu následuje rovnou popis výpočtu. Některé příklady tvoří pouze písemný výpočet bez jakéhokoli vysvětlení. V těchto případech bývá obtížné určit pravý účel výpočtů, a to i tehdy, když prováděné operace jsou samy o sobě pochopitelné.

Jednotlivé součásti výpočtu, jež byly popsány výše, mohly být v příkladech nadepisovány zvláštním spojením. Právě tato typická označení tvoří společný rys většiny matematických textů a svědčí o existenci ustálených pravidel pro zapisování problémů. Tyto nadpisy, stejně jako např. částečné výsledky v písemných výpočtech, bývají zvýrazněny červeným inkoustem, který se v egyptských textech obecně používal pro nadpisy a pasáže vyžadující obzvláštní pozornost.[2]

[2] J. Černý, *Paper&Books in Ancient Egypt*, London 1952, s. 24.

Titul některých příkladů tvoří slovní spojení, které lze přeložit jako „začátek výpočtu“, avšak s ohledem na skutečnost, že účelem úloh v dochovaných matematických papyrech bylo předvedení způsobů řešení jednotlivých problémů na konkrétních příkladech, můžeme tuto frázi chápat jako výraz „metoda výpočtu“. U tematicky řazených textů mohou být některé úlohy uvedeny jako „jiný výpočet“, „další příklad“ (na dané téma).

Zadání úlohy následuje za nadpisem a bývá uvedeno formulí „když se ti řekne“. Méně často se můžeme setkat i s tvarem „když ti písař řekne“, a to vždy v úvodu úlohy, jež postrádá titul „metoda výpočtu“. Rhindův papyrus obsahuje i případ se stručnou formou „řekne se ti“.

Vlastní nadpis mívají i písemné výpočty, jež mnohdy doprovázejí text úloh v Rhindově papyru. V závislosti na charakteru výpočtů jsou doloženy tři různé tituly písemných výpočtů, jejichž použití se nijak nepřekrývá. Někdy se všechny tři způsoby překládají jednotně jako „důkaz“, avšak v případě staroegyptské matematiky není tento výraz patrně zcela na místě. Písemné výpočty totiž spíše názorným způsobem ukazovaly (nikoli dokazovaly) správnost řešení popsaného v textu úlohy.

Nejčastější nadpis písemných výpočtů lze přeložit jako „postup“ či „výpočet“. Používá se pro označení pomocných výpočtů, a to v úlohách týkajících se nejrůznějších témat. Oproti tomu nadpis „metoda zkoušky“ zpravidla uvádí výpočet, který ověřuje správnost řešení dosazením výsledku do zadání. Objevuje se u řešení lineárních rovnic, kde bychom zkoušku skutečně očekávali. Poslední druh nadpisu je „řešení“, popř. „metoda řešení“, „tvar řešení“; setkáváme se s ním v úlohách týkajících se objemů těles a rozměrů pyramid a rovněž v tzv. tabulce $2 \div n$.

I.3 Staroegyptské jednotky délky a objemu

V Egyptě, stejně jako v jiných raných kulturách, bylo přirozené používat části lidského těla k porovnávání rozměrů určitých předmětů. Postupem času se abstrahovalo od původního významu a tyto míry začaly být chápány jako skutečné jednotky. Jako první byly stanoveny jednotky délkové, o něco později pak byly v závislosti na nich definovány i jednotky plošné. V egyptských matematických textech se délkové míry používají zejména pro popsání rozměrů pyramid, polí a sýpek. Problémy týkající se polí používají rovněž jednotky plošné.

Nezávislý systém byl stanoven pro duté míry, přičemž se využívalo nádob různých rozměrů. Pro obilí to byla měřice, vůči níž se potom vymezily další jednotky jako její zlomky a násobky. Množství tekutin se udávalo pomocí nádob, jež byly, zdá se, typické svým tvarem a měly přibližně jednotný objem.[3] S jednotkami objemu se setkáváme především v příkladech týkajících se objemů sýpek, rozdělování obilí či vaření piva a pečení chleba. Na tabulkách z Achmímu nacházíme doklad o práci s jednotkou měřice.
Přehled základních jednotek používaných v úlohách:

1 loket	= 52,5 cm	= 7 dlaní	
1 dlaň	= 75 mm	= 4 prsty	
1 prst	= 18,5 mm		
1 *chet*	= 52,5 m	= 100 loktů	
1 *secat*	$= 2\,756,5$ m^2	= 1 *chet*^{2}	= 10 000 loktů^2

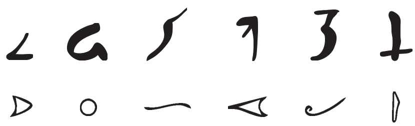
1 měřice	= 4,805 l	= 320 *ro*
1 *ro*	= 0,015 l	
1 dvojnásobná měřice	= 9,610 l	= 2 měřice
1 čtyřnásobná měřice	= 19,22 l	= 4 měřice
1 pytel	= 96,114 l	= 20 měřic
1 *henu*	= 0,4805 l	$= \frac{1}{10}$ měřice

Souvislost mezi jednotkami délky a objemu je možné najít v Rhindově papyru, a to v úlohách počítajících objem sýpek různého tvaru. Rozměry sýpek jsou udávány v loktech, první výsledek je v loktech^3 a následně se převede na pytle a stovky čtyřnásobné měřice, přičemž platí vztah 1 loket^3 $= 1 + \frac{1}{2}$ pytle, čili 1 pytel $= \frac{2}{3}$ lokte^3.

[3] O nejrůznějších nádobách máme doklady v textech a vyobrazeních náboženské a zádušní povahy, kde jsou vyjmenovávány obětiny skladované v různých typech nádob.

Počítání s jednotkou měřice

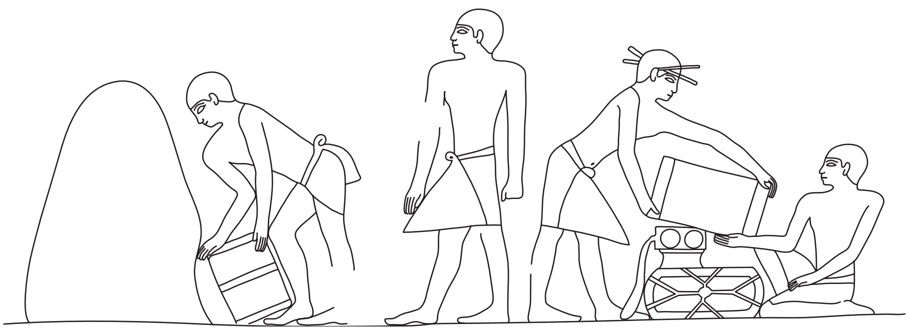
Množství zrna se ve starověkém Egyptě vyjadřovalo pomocí měřice a jejích částí a násobků (viz výše). Zejména části měřice stojí za bližší pozornost, neboť pro jejich vyjádření se používal zvláštní systém zlomků, z nichž každý byl reprezentován vlastním znakem, přičemž tyto znaky se liší od běžných egyptských zlomků. Všechny tyto zlomky činí dohromady $\frac{63}{64}$ a spojení jejich znaků vytváří znak  *vedžat*, posvátné oko boha Hora;[4] proto se systém zlomků měřice někdy označuje jako „zlomky Horova oka“.



1/2 *1/4* *1/8* *1/16* *1/32* *1/64*

Abychom tyto zlomky měřice odlišili od obyčejných zlomků, píšeme je v překladech *kurzivou.*

V praxi se však písaři setkávali i s takovými objemy obilí, jež odpovídaly jiným zlomkům měřice, než se kterými operoval tento systém. V takových případech bylo zapotřebí „nevhodný“ zlomek převést na součet zlomků, které systém měřice používal.



Pomocníci přeměřují množství sklizeného ječmene, zatímco písař sýpky předkládá účty sedícímu správci. Sechemptahanchova hrobka v Sakkáře, 5. dynastie

Doklad takových převodů se dochoval na dvou dřevěných tabulkách z Achmímu, uložených dnes v Egyptském muzeu v Káhiře. Je na nich zaznamenáno několik výpočtů, jež se vztahují k $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{11}$ a $\frac{1}{13}$ měřice. Ve většině těchto případů se jedná o zlomek s lichým jmenovatelem, pro

[4] J. Janák, *Brána nebes. Bohové & démoni starého Egypta*, Praha 2005, s. 87–88; G. Pinch, *Magic in Ancient Egypt*, London 1994, s. 109–110.

který se během výpočtu najde odpovídající součet zlomků používaných pro měřici.

Výpočty pro jednotlivé zlomky měřice se na tabulkách několikrát opakují. Ne vždy jsou zaznamenány celé a různé verze téhož výpočtu někdy obsahují tytéž písařské chyby. Můžeme se tedy domnívat, že tabulky posloužily k procvičování výpočtů s jednotkou měřice a že účelem bylo nejen dosáhnout výsledku, ale rovněž procvičit početní postup. Chyby ve výpočtech nicméně naznačují, že ne vždy byl písař dostatečně pozorný.

Výpočty hledající $\frac{1}{n}$ z měřice sestávají ze dvou částí. První část tvoří dělení 1 měřice $\div\, n$, přičemž měřice je zde vyjádřena ve tvaru 320 *ro*. Během dělení se používá postupné zdesateronásobování a menší hodnoty se dohledávají pomocí zdvojnásobování n a $\frac{1}{n}$.

Ve druhé části se ověřuje správnost výsledku, a to tak, že výsledek převedený z *ro* na součet zlomků Horova oka se vynásobí hodnotou n. Samotný převod z *ro* na vhodné zlomky měřice se u žádného z výpočtů neobjevuje. Tato operace byla pravděpodobně natolik automatická, že písař nepokládal za nutné ji ve svých cvičeních zdůrazňovat. Při zdvojnásobování výsledku, zejména části s malými hodnotami v *ro*, se často využívá hodnot z tabulky $2 \div n$ (viz oddíl I.4).

$\frac{1}{7}$ měřice:

$320 \div 7 = 45 + \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + \frac{1}{14}$

$7 \cdot (\mathit{\frac{1}{8}} + \mathit{\frac{1}{64}}\ \text{měřice} + \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + \frac{1}{14}\ ro) = 1\ \text{měřice}$

Výpočet pro stanovení $\frac{1}{7}$ měřice se na tabulkách objevuje čtyřikrát. Ve všech verzích se objevuje tatáž chyba při určování dvojnásobku a čtyřnásobku dělitele, v jedné verzi výpočtu navíc došlo ke sloučení dvou řádků v dělení. Je tedy zjevné, že v těchto případech písař výpočty přinejmenším částečně opisoval a byl dost nepozorný.

$\frac{1}{10}$ měřice:

$320 \div 10 = 32$

$10 \cdot (\mathit{\frac{1}{16}} + \mathit{\frac{1}{32}}\ \text{měřice} + 2\ ro) = 1\ \text{měřice}$

Jediný případ, kdy je jmenovatel hledaného zlomku měřice sudý. Z tohoto důvodu je výpočet velice jednoduchý a na tabulkách se objevuje pouze jednou.

$\frac{1}{11}$ měřice:

$320 \div 11 = 29 + \frac{1}{11}$

$11 \cdot (\mathit{\frac{1}{16}} + \mathit{\frac{1}{64}}\ \text{měřice} + 4 + \frac{1}{11}\ ro) = 1\ \text{měřice}$

Výpočet $\frac{1}{11}$ měřice se na tabulkách objevuje čtyřikrát. Jeden z výpočtů obsahuje chyby v dělení a stojí za pozornost, že další dva výpočty jsou zapsány bezprostředně vedle něj. Snad si písař chyb povšiml a pro jistotu spočítal úlohu znovu a správně. Je však také možné, že výpočet prováděl či opisoval znovu, aby si jej lépe zapamatoval.

$\frac{1}{13}$ měřice:
$320 \div 13 = 24 + \frac{1}{2} + \frac{1}{13} + \frac{1}{26}$
$13 \cdot (\frac{\mathit{1}}{\mathit{16}}$ měřice $+ 4 + \frac{1}{2} + \frac{1}{13} + \frac{1}{64}$ *ro*$) = 1$ měřice
Výpočet $\frac{1}{13}$ měřice se na tabulkách objevuje třikrát, pouze jednou je však zapsán celý. Ve druhé části výpočtu se objevují chyby z nepozornosti, přičemž v jedné verzi si písař chyb nepovšiml, zatímco ve druhé verzi se chyby promítly do všech kroků násobení a výpočet nebyl dokončen. Třetí verze výpočtu byla přerušena již v průběhu dělení, a to zřejmě opět v důsledku opomenutí.

$\frac{1}{3}$ měřice:
$\frac{1}{3} \cdot 5 = 1 + \frac{2}{3}$
$\frac{63}{64} \cdot (1 + \frac{2}{3}) + 1 + \frac{2}{3} = \frac{\mathit{1}}{\mathit{4}} + \frac{\mathit{1}}{\mathit{16}} + \frac{\mathit{1}}{\mathit{64}}$ měřice $+ 1 + \frac{2}{3}$ *ro*
$3 \cdot (\frac{\mathit{1}}{\mathit{4}} + \frac{\mathit{1}}{\mathit{16}} + \frac{\mathit{1}}{\mathit{64}}$ měřice $+ 1 + \frac{2}{3}$ *ro*$) = 1$ měřice
Výpočet $\frac{1}{3}$ měřice se od ostatních příkladů na tabulkách výrazně odlišuje, neboť používá jiný postup řešení. V prvním kroku je stanovena hodnota třetiny z 5 *ro* (tedy třetiny z $\frac{\mathit{1}}{\mathit{64}}$ měřice). Druhý krok postupně zdvojnásobuje výsledek z prvního kroku, až se od $\frac{\mathit{1}}{\mathit{64}}$ měřice dojde k 1 měřici. Tak se postupně stanoví třetiny všech zlomků Horova oka a také třetina měřice, která společně se svým dvojnásobkem slouží ve třetím kroku jako zkouška.

Výpočet $\frac{1}{3}$ měřice se na tabulkách opakuje dvakrát a v obou případech je proveden bez chyb. Odlišná metoda výpočtu v těchto případech pravděpodobně souvisí se skutečností, že egyptští písaři museli velmi dobře ovládat práci se $\frac{2}{3}$ a $\frac{1}{3}$. Při hledání třetiny měřice se snad změnou postupu docílilo snazšího výpočtu a také názorného vyjádření třetin všech součástí systému užívaného pro jednotku měřice.

Rovněž Rhindův papyrus obsahuje příklad, který, jak se zdá, procvičoval počítání s jedotkou měřice a jejími zlomky. Úloha se však liší od výpočtů na tabulkách z Achmímu.

R47: $\frac{1}{10}$ obsahu sýpky $= 10$ měřic
$\frac{1}{20} = 5$ měřic

$\frac{1}{30} = 3 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64}$ měřice $+ \frac{2}{3}$ *ro*
$\frac{1}{40} = 2 + \frac{1}{2}$ měřice
$\frac{1}{50} = 2$ měřice
$\frac{1}{60} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32}$ měřice $+ 3 + \frac{1}{3}$ *ro*
$\frac{1}{70} = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$ měřice $+ 2 + \frac{1}{14} + \frac{1}{21} + \frac{1}{42}$ *ro*
$\frac{1}{80} = 1 + \frac{1}{4}$ měřice
$\frac{1}{90} = 1 + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$ měřice $+ \frac{1}{2} + \frac{1}{18}$ *ro*
$\frac{1}{100} = 1$ měřice

Převádění měřic na *henu*

Dvě úlohy v Rhindově papyru ukazují vztah měřice k další jednotce *henu*. Příklad R80 je uveden zajímavým nadpisem odkazujícím na strážce skladů a na nádobu, v níž se jim odměřuje obilí. Po nadpisu nicméně následuje pouze jednoduchá tabulka, kde je měřice a rovněž všechny její zlomky vyjádřena v jednotce *henu*.

R80: 1 měřice = 10 *henu*
$\frac{1}{2}$ měřice = 5 *henu*
$\frac{1}{4}$ měřice = $2 + \frac{1}{2}$ *henu*
$\frac{1}{8}$ měřice = $1 + \frac{1}{4}$ *henu*
$\frac{1}{16}$ měřice = $\frac{1}{2} + \frac{1}{8}$ *henu*
$\frac{1}{32}$ měřice = $\frac{1}{4} + \frac{1}{16}$ *henu*
$\frac{1}{64}$ měřice = $\frac{1}{8} + \frac{1}{32}$ *henu*

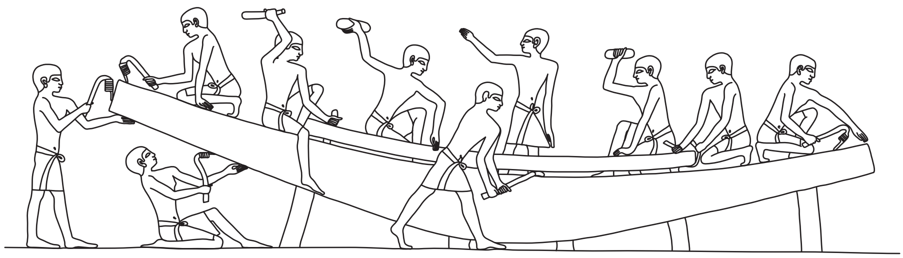
Úloha R81 obsahuje množství převodů, kdy jsou různé složitější části měřice vyjádřeny v jednotce *henu*. V samotném úvodu se opakuje tabulka z úlohy R80, následující obtížnější případy mohly tedy snadno využít kombinace těchto základních zlomků měřice. Například pro převedení $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ měřice tedy stačilo dohledat příslušné zlomky v tabulce a sečíst jim odpovídající hodnoty v *henu*, čili $5+2+\frac{1}{2}+1+\frac{1}{4} = 8+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ *henu*.

Nejzajímavější na tomto příkladu jsou jistě údaje stanovující vztah mezi *henu* a měřicí za vyjádření pomocí obyčejných zlomků (tedy nikoli zlomků užívaných pro jednotku měřice). Například tedy $\frac{1}{8} + \frac{1}{16}$ měřice + 4 *ro* = 2 *henu* = $\frac{1}{5}$ měřice. Tento údaj je velice neobvyklý. Písař se v této úloze dopustil poměrně mnoha chyb.

I.4 Počítání se zlomky

Ovládnutí zlomků je jedním ze základních předpokladů pro studium matematiky. Není tedy překvapivé, že se v egyptských matematických textech věnuje počítání se zlomky velká pozornost. Můžeme se zde setkat s úlohami, jejichž účelem je procvičit právě sčítání či násobení zlomků; teprve po zvládnutí těchto operací bylo možné řešit složitější problémy z algebry a geometrie. Naprostá většina výpočtů zaznamenaná v dochovaných textech zahrnovala více či méně složité počítání se zlomky.

Mezi nejjednodušší úlohy patří problém M3 v úvodu moskevského matematického papyru. Jeho zadání popisuje dřevěný stěžeň o délce 30 loktů, z něhož je třeba určit jeho $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$. Jedná se tedy o snadný příklad $30 \cdot (\frac{1}{3} + \frac{1}{5}) = 16$ v podobě roztomilé slovní úlohy.



Výroba dřevěné bárky. Předák stojící uprostřed paluby udílí pokyny řemeslníkům, kteří dokončují loď; někteří z nich se právě chystají vztyčit stěžeň. Cejova hrobka v Sakkáře, 5. dynastie

Počítání s kmennými zlomky se dnes může zdát zbytečně složitým, avšak egyptská matematika si vytvořila účelný systém počítání se zlomky a rovněž hojně využívala pomocných tabulek. Tabulky mohly být ve školách memorovány, i když některé dochované výpočty naznačují, že bylo třeba se naučit i postupy, jak k příslušným hodnotám dojít. Dochovaly se nám tabulky na určování $\frac{2}{3}$ z čísla, tabulka sčítání zlomků a tabulka dvojnásobků zlomků s lichým jmenovatelem. Využívání hodnot z těchto tabulek je dobře patrné i v ostatních úlohách, zejména v písemných výpočtech.

Tabulka $2 \div n$

Tabulka označovaná tímto názvem souvisí s jednou ze stěžejních operací staroegyptské matematiky, se zdvojnásobováním, které tvořilo základ násobení a dělení. Určování dvojnásobku čísla tedy muselo být během výpočtů prováděno rychle a v podstatě automaticky.

U celých čísel není zdvojnásobování složité a rovněž zlomky se sudým jmenovatelem nepůsobily obtíže, neboť bylo možné je vykrátit, a získat tak opět kmenný zlomek ($2 \cdot \frac{1}{2k} = \frac{1}{k}$). Oproti tomu dvojnásobek zlomku s lichým jmenovatelem bylo třeba vyjádřit několika kmennými zlomky, jejichž součet činil $\frac{2}{n}$.

V mnoha případech nebylo pořízení vhodného rozkladu jednoznačné, avšak tabulka pro každý lichý zlomek uvádí vždy jen jeden odpovídající součet kmenných zlomků. Účelem tedy nebylo shromáždit všechny možnosti. Tabulku $2 \div n$ tedy snad můžeme považovat za pokus o kodifikaci nejednoznačných rozkladů, aby písař, který ji měl při práci po ruce, nemusel nad dvojnásobky dlouho přemítat. Na druhou stranu však některé úlohy v Rhindově papyru dokládají použití jiného rozkladu, než který je uveden v tabulce $2 \div n$, když to bylo pro daný výpočet výhodnější.

Tabulka $2 \div n$ je zaznamenána ve dvou z dochovaných textů, a to na jednom fragmentu káhúnského papyru a na počátku Rhindova papyru. Káhúnský papyrus obsahuje hodnoty dvojnásobků zlomků od $\frac{1}{3}$ po $\frac{1}{21}$. Hodnoty jmenovatelů a odpovídající dvojnásobky jsou přehledně uspořádány do sloupců spolu s kontrolními hodnotami pro rychlou zkoušku: např. $2 \div 5 = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$ s kontrolními hodnotami $1 + \frac{2}{3} (= \frac{5}{3})$ a $\frac{1}{3} (= \frac{5}{15})$, jejichž součet dává 2.

Tabulka v Rhindově papyru zahrnuje zlomky od $\frac{1}{3}$ až po $\frac{1}{101}$, které jsou rozděleny do několika sloupců textu. První případ ve sloupci je vždy uveden výrazem „vyděl $2 \div n$“, zatímco ostatní případy se omezují na zadání hodnoty dělitele. Na rozdíl od káhúnského papyru obsahuje každý případ i písemný výpočet, který můžeme chápat jako zkoušku správnosti, nebo jako popis metody, jak určit hledaný dvojnásobek zlomku v tom kterém případě: např. pro zlomek $\frac{2}{7}$ je zaznamenán následující výpočet:

$2 \div 7 = \frac{1}{4} + \frac{1}{28}$

pomocné hodnoty: $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ a $\frac{1}{4}$

$2 \div 7 = \frac{1}{4}$

$4 \cdot 7 = 28$, a tedy $\frac{1}{4} \div 7 = \frac{1}{28}$

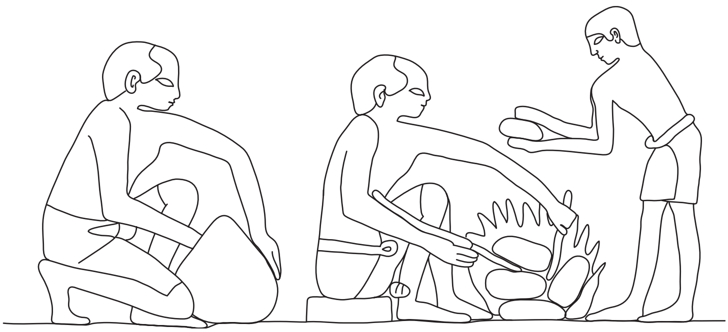
První část úlohy obsahuje zadání a požadované hodnoty dvojnásobku $\frac{1}{7}$, spolu s kontrolními hodnotami. Tato část se zcela shoduje s tabulkou z káhúnského papyru. Následující výpočet demonstruje postup řešení při hledání dvojnásobku $\frac{1}{7}$. Jde o písemné dělení $2 \div 7$ se zbytkem. Dělitel 7 se nejprve půlí, dokud se nedojde k hodnotě co nejbližší 2 (tedy $\frac{1}{4} \cdot 7 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$), zbytek je $\frac{1}{4}$. Protože $\frac{1}{4} \div 7$ je rovna $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{7}$, stačí najít čtyřnásobek 7, abychom získali hodnotu hledaného jmenovatele $\frac{1}{28}$.

Na rozdíl od tabulky zapsané v káhúnském papyru nebyla tato pasáž Rhindova papyru klasickou tabulkou. Kromě přehledu rozkladů pro jednotlivé liché zlomky totiž zároveň procvičovala násobení, resp. dělení zlomků a také ukazovala metody, které umožňovaly dosáhnout rozkladu pro jakýkoli případ.

$2 \div 3 = \frac{2}{3}$
$2 \div 5 = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$
$2 \div 7 = \frac{1}{4} + \frac{1}{28}$
$2 \div 9 = \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$
$2 \div 11 = \frac{1}{6} + \frac{1}{66}$
$2 \div 13 = \frac{1}{8} + \frac{1}{52} + \frac{1}{104}$
$2 \div 15 = \frac{1}{10} + \frac{1}{30}$
$2 \div 17 = \frac{1}{12} + \frac{1}{51} + \frac{1}{68}$
$2 \div 19 = \frac{1}{12} + \frac{1}{76} + \frac{1}{114}$
$2 \div 21 = \frac{1}{14} + \frac{1}{42}$
$2 \div 23 = \frac{1}{12} + \frac{1}{276}$
$2 \div 25 = \frac{1}{15} + \frac{1}{75}$
$2 \div 27 = \frac{1}{18} + \frac{1}{54}$
$2 \div 29 = \frac{1}{24} + \frac{1}{58} + \frac{1}{174} + \frac{1}{232}$
$2 \div 31 = \frac{1}{20} + \frac{1}{124} + \frac{1}{155}$
$2 \div 33 = \frac{1}{22} + \frac{1}{66}$
$2 \div 35 = \frac{1}{30} + \frac{1}{42}$
$2 \div 37 = \frac{1}{24} + \frac{1}{111} + \frac{1}{296}$
$2 \div 39 = \frac{1}{26} + \frac{1}{78}$
$2 \div 41 = \frac{1}{24} + \frac{1}{246} + \frac{1}{328}$
$2 \div 43 = \frac{1}{42} + \frac{1}{66} + \frac{1}{129} + \frac{1}{301}$
$2 \div 45 = \frac{1}{30} + \frac{1}{90}$
$2 \div 47 = \frac{1}{30} + \frac{1}{141} + \frac{1}{470}$
$2 \div 49 = \frac{1}{28} + \frac{1}{196}$
$2 \div 51 = \frac{1}{34} + \frac{1}{102}$
$2 \div 53 = \frac{1}{30} + \frac{1}{318} + \frac{1}{795}$
$2 \div 55 = \frac{1}{30} + \frac{1}{330}$
$2 \div 57 = \frac{1}{38} + \frac{1}{114}$
$2 \div 59 = \frac{1}{36} + \frac{1}{236} + \frac{1}{531}$
$2 \div 61 = \frac{1}{40} + \frac{1}{244} + \frac{1}{488} + \frac{1}{610}$
$2 \div 63 = \frac{1}{42} + \frac{1}{126}$
$2 \div 65 = \frac{1}{39} + \frac{1}{195}$
$2 \div 67 = \frac{1}{40} + \frac{1}{335} + \frac{1}{536}$
$2 \div 69 = \frac{1}{46} + \frac{1}{138}$
$2 \div 71 = \frac{1}{40} + \frac{1}{568} + \frac{1}{710}$
$2 \div 73 = \frac{1}{60} + \frac{1}{219} + \frac{1}{292} + \frac{1}{365}$
$2 \div 75 = \frac{1}{50} + \frac{1}{150}$
$2 \div 77 = \frac{1}{44} + \frac{1}{308}$
$2 \div 79 = \frac{1}{60} + \frac{1}{237} + \frac{1}{316} + \frac{1}{790}$
$2 \div 81 = \frac{1}{54} + \frac{1}{162}$
$2 \div 83 = \frac{1}{60} + \frac{1}{332} + \frac{1}{415} + \frac{1}{498}$
$2 \div 85 = \frac{1}{51} + \frac{1}{255}$
$2 \div 87 = \frac{1}{58} + \frac{1}{174}$
$2 \div 89 = \frac{1}{60} + \frac{1}{336} + \frac{1}{534} + \frac{1}{890}$
$2 \div 91 = \frac{1}{70} + \frac{1}{130}$
$2 \div 93 = \frac{1}{93} + \frac{1}{186}$
$2 \div 95 = \frac{1}{60} + \frac{1}{380} + \frac{1}{570}$
$2 \div 97 = \frac{1}{56} + \frac{1}{679} + \frac{1}{776}$
$2 \div 99 = \frac{1}{66} + \frac{1}{198}$
$2 \div 101 = \frac{1}{101} + \frac{1}{202} + \frac{1}{303} + \frac{1}{606}$

Určování desetiny z čísla menšího než 10

Z dnešního pohledu můžeme tento problém popsat také jako rozklad zlomků s 10 ve jmenovateli. Jedná se o velmi užitečné výpočty, neboť číslo 10 v egyptské matematice často figuruje jako dělitel. V Rhindově papyru bezprostředně za tabulkou $2 \div n$ následuje tabulka $n \div 10$ pro n menší než 10. Na tuto stručnou tabulku navazuje šestice úloh, R1–R6, jež jsou zadány jako slovní úlohy, kdy je třeba rozdělit 1, 2, 6, 7, 8 a 9 chlebů mezi deset lidí tak, aby každý dostal stejný díl.



Venkovští pasáci dobytka pečou chleba. Jeden hněte těsto ve velké nádobě a druhý za pomoci dvou holí vkládá na oheň bochníky, které mu podává mladý pomocník. Hrobka Nefera a Kahaje v Sakkáře, 5. dynastie

V zadání úloh se objevuje počet chlebů určených k rozdělení a poté následuje rovnou výsledek. Postup vedoucí k nalezení výsledku v úlohách chybí, je tedy možné, že byl jednoduše přejat z předcházející tabulky. Po výsledku vždy následuje zkouška a zdá se, že právě v ní spočívá hlavní váha úloh. Výsledek se zde násobí deseti, jinými slovy se postupně zdvojnásobuje, takže následně stačí jen sečíst dvojnásobek s osminásobkem. Během násobení se využily některé identity z tabulky $2 \div n$, a to $2 \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$ a $2 \cdot \frac{1}{15} = \frac{1}{10} + \frac{1}{30}$. Další identita $\frac{1}{5} + \frac{2}{3} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30} = 1$, která se ověřila ve zkoušce první úlohy ve skupině, mohla následně usnadnit sčítání zlomků v příkladech R2–R3 a R6. Podobně identita $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} = 1$ objevující se v úloze R4 mohla být využita pro usnadnění výpočtu v R5.

R1: $1 \div 10 = \frac{1}{10}$
$\frac{1}{10} \cdot 10 = \frac{1}{5} + \frac{2}{3} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30} = 1$

R2: $2 \div 10 = \frac{1}{5}$
$\frac{1}{5} \cdot 10 = \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{15} = 2$

R3: $6 \div 10 = \frac{1}{2} + \frac{1}{10}$
$(\frac{1}{2} + \frac{1}{10}) \cdot 10 = 1 + \frac{1}{5} + 4 + \frac{2}{3} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30} = 6$

R4: $7 \div 10 = \frac{2}{3} + \frac{1}{30}$
$(\frac{2}{3} + \frac{1}{30}) \cdot 10 = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + 5 + \frac{1}{2} + \frac{1}{10} = 7$

R5: $8 \div 10 = \frac{2}{3} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30}$
$(\frac{2}{3} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30}) \cdot 10 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{10} + 6 + \frac{1}{3} + \frac{1}{15} = 8$

R6: $9 \div 10 = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{30}$
$(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{30}) \cdot 10 = 1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30} + 7 + \frac{1}{5} = 9$

Není zcela patrné, proč byly v této skupině úloh vynechány případy se 3, 4 a 5 chleby, zvláště když písař neopomněl zaznamenat ani tak jednoduchý případ, jako je $1 \div 10$ v úloze R1. Nezbývá tedy než věřit, že opomenutí tří případů lze připsat na vrub něčí nepozornosti.

Sčítání zlomků

Skupina úloh R7–R20 v Rhindově matematickém papyru se někdy označuje jako úlohy *sekem*, což je egyptský výraz s významem „učinit úplným", „doplnit". V tomto případě jej však můžeme chápat obecněji jako „počítat". Přesné zadání úloh není snadné zjistit, neboť výpočty nejsou doprovázeny žádným bližším komentářem. Písemné výpočty nicméně ukazují, že úlohy *sekem* se věnují počítání se zlomky. Určuje se násobek zadaného zlomku, čili se sčítá zadaná hodnota se svými dvěma částmi. V úlohách R7 a R9–R15 se zadané zlomky sčítají se svou polovinou a čtvrtinou, zatímco v úlohách R8, R16–R20 se svou třetinou a dvěma třetinami. Druhý zmíněný případ jasně ukazuje, že hlavním tématem úloh bylo procvičit právě sčítání zlomků. Kdyby šlo jen o získání výsledku, stačilo by místo přičítání třetiny a dvou třetin zlomku určit jeho dvojnásobek, neboť $1 + \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 2$.

Sčítání zlomků se provádělo převedením na společného jmenovatele. Oproti dnešním postupům však v egyptských výpočtech za společného jmenovatele nemusel být zvolen nejmenší společný násobek, takže hodnoty odpovídající čitatelům mohly mít i podobu zlomku. Hodnota čitatele se připsala červeným inkoustem pod každý zlomek ve výpočtu, přičemž zvolený společný jmenovatel měl hodnotu 1. Tato červená čísla jasně zachycovala vztah toho kterého zlomku k ostatním hodnotám ve výpočtu a také v ostatních úlohách ve skupině. V obou skupinách příkladů se totiž operuje vždy s týmž společným jmenovatelem.

Úlohy R7 a R8 celou skupinu příkladů uvádějí a přehledně ukazují metodu jejich řešení. Všechny úlohy ve skupině jsou k sobě v určitém vztahu, neboť zpravidla platí, že hodnota zadaná v jednom příkladu je polovinou zadání předcházejícího příkladu.

R7: $(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) \cdot (\frac{1}{4} + \frac{1}{28})$
$(\frac{1}{4} + \frac{1}{28}) + (\frac{1}{8} + \frac{1}{56}) + (\frac{1}{16} + \frac{1}{112}) = \frac{1}{2}$

Při sčítání se využívá společného jmenovatele 28, červená čísla uvádějící z našeho pohledu hodnotu čitatelů tedy dávají součet 14.

R8: $(1 + \frac{1}{3} + \frac{2}{3}) \cdot \frac{1}{4}$
$\quad \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{1}{2}$
Za společného jmenovatele byla v tomto příkladu zvolena hodnota 18, a to i přesto, že snadněji by se počítalo s nejmenším společným násobkem všech sčítaných zlomků, tedy s 12.

R9: $(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) \cdot (\frac{1}{2} + \frac{1}{14})$
$\quad (\frac{1}{2} + \frac{1}{10}) + (\frac{1}{4} + \frac{1}{20}) + (\frac{1}{8} + \frac{1}{50}) = 1$
Zadání této úlohy má navazovat na hodnoty v příkladu R7, jichž je dvojnásobkem. Chybou písaře se však místo $\frac{1}{14}$ počítá s $\frac{1}{10}$. V celém výpočtu chybějí červené hodnoty napomáhající sčítání, což může odrážet zmatení písaře, který si snad svou chybu uvědomil, ašak namísto aby ji opravil, připojil za chybný výpočet správný výsledek.

R7B: $(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) \cdot (\frac{1}{4} + \frac{1}{28})$
$\quad (\frac{1}{4} + \frac{1}{28}) + (\frac{1}{8} + \frac{1}{56}) + (\frac{1}{16} + \frac{1}{112}) = \frac{1}{2}$
Výpočet je totožný s příkladem R7. Jeho zadání je poloviční oproti úloze R9, což byl zřejmě důvod, proč jej písař zapsal na tomto místě znovu. Opakování příkladu je nejspíše důvodem toho, že červené hodnoty jsou připsány jen u posledních dvou sčítanců, nikoli v celém výpočtu.

R10: $(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) \cdot (\frac{1}{4} + \frac{1}{28})$
$\quad (\frac{1}{4} + \frac{1}{28}) + \frac{1}{7} + 9 = \frac{1}{2}$
Zadání je totožné se zadáním úlohy 7B, avšak postup řešení se liší. V hodnotě dvojnásobku se využívá vztahu $\frac{1}{4} + \frac{1}{28} = 2 \cdot \frac{1}{7}$, který je znám z tabulky $2 \div n$. Výpočet obsahuje mnoho chyb a zcela zde chybí červené hodnoty napomáhající sčítání. Hodnota čtyřnásobku je nesprávná, nejspíš vinou nepozorného písaře.

R11: $(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) \cdot \frac{1}{7}$
$\quad \frac{1}{7} + \frac{1}{9}\frac{\mathit{1}}{\mathit{14}} + \frac{1}{18} = \frac{1}{4}$
I v tomto příkladu se písař dopustil chyb, přičemž svou chybu ve dvojnásobku opravil. Ve výpočtu se neobjevují červené hodnoty.

R12: $(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) \cdot \frac{1}{14}$
$\quad \frac{1}{9}\frac{\mathit{1}}{\mathit{14}} + \frac{\mathit{1}}{\mathit{28}} + \frac{1}{36} = \frac{1}{8}$
Chyba z předchozí úlohy se objevuje i v zadání tohoto příkladu. Hodnota dvojnásobku byla poopravena, avšak čtyřnásobek zůstal chybný. Ve výpočtu se neobjevují červené hodnoty.

R13: $(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4})\cdot(\frac{1}{16}+\frac{1}{112})$
$(\frac{1}{16}+\frac{1}{112})+(\frac{1}{32}+\frac{1}{224})+(\frac{1}{64}+\frac{1}{448})=\frac{1}{8}$
Zadání této úlohy je jiným vyjádřením hodnoty zadané v předcházejícím příkladu, protože $\frac{1}{16}+\frac{1}{112}=\frac{1}{14}$. Červené hodnoty napomáhající sčítání odpovídají společnému jmenovateli 28, zvolenému již v úloze R7.

R14: $(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4})\cdot\frac{1}{28}$
$\frac{1}{18}+\frac{1}{36}+\frac{1}{72}=\frac{1}{16}$
V zadání této úlohy je hodnota $\frac{1}{28}$ zapsána chybně jako $\frac{1}{18}$ a tento omyl prolíná celým výpočtem. Červené hodnoty vztahující se ke společnému jmenovateli 28 nicméně tuto chybu zcela ignorují.

R15: $(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4})\cdot(\frac{1}{32}+\frac{1}{224})$
$(\frac{1}{32}+\frac{1}{228})+(\frac{1}{64}+\frac{1}{456})+(\frac{1}{128}+\frac{1}{912})=\frac{1}{16}$
Zadání této úlohy je jiným vyjádřením hodnoty zadané v předcházejícím příkladu. Písař se znovu dopustil chyby, když v zadání místo $\frac{1}{224}$ zapsal $\frac{1}{228}$. Chyba se opakuje i u dvojnásobku a čtyřnásobku, červené hodnoty však odpovídají správným hodnotám. Vztahují se opět ke společnému jmenovateli 28.

R16: $(1+\frac{1}{3}+\frac{2}{3})\cdot\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=1$
Tento příklad navazuje na úlohu R8 a jeho zadání je vůči ní dvojnásobné. Výpočet neobsahuje červené hodnoty. Sčítání v tomto případě bylo celkem snadné, proto jich pravděpodobně nebylo zapotřebí, zatímco v předcházející skupině chybějí zpravidla u těch úloh, kde písař ve výpočtu chyboval.

R17: $(1+\frac{1}{3}+\frac{2}{3})\cdot\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}+(\frac{1}{6}+\frac{1}{18})+\frac{1}{9}=\frac{2}{3}$
Zadaná hodnota odpovídá nikoli polovině, ale $\frac{2}{3}$ hodnoty zadané v předchozí úloze. Sčítání se opět obešlo bez červených čísel.

R18: $(1+\frac{1}{3}+\frac{2}{3})\cdot\frac{1}{6}$
$\frac{1}{6}+\frac{1}{9}+\frac{1}{18}=\frac{1}{3}$
Zadání je poloviční vůči předcházející úloze a výpočet se obešel bez červených hodnot.

R19: $(1+\frac{1}{3}+\frac{2}{3})\cdot\frac{1}{12}$
$\frac{1}{12}+\frac{1}{18}+\frac{1}{36}=\frac{1}{6}$
V tomto případě již sčítání usnadnila červená čísla vztahující se ke společnému jmenovateli 18.

R20: $(1+\frac{1}{3}+\frac{2}{3})\cdot\frac{1}{24}$

$\frac{1}{24}+\frac{1}{36}+\frac{1}{72}=\frac{1}{12}$

Stejně jako v předchozím příkladu se při sčítání využívá červených hodnot odpovídajících společnému jmenovateli 18.

Doplňování

Úlohy R21–R23 ve svém zadání rovněž obsahují sloveso *sekem* s významem „doplnit“. Hledá se doplnění zadaného zlomku do hodnoty 1 (popř. do $\frac{2}{3}$), čili ve výrazu $A+B=C$ se má najít hodnota B. Řešený problém tedy můžeme chápat jako odečítání zlomků. Výpočty v těchto úlohách jsou doprovázeny komentáři objasňujícími postup, v závěru je vždy provedena zkouška ověřující, že součet zadaných zlomků s výsledkem je skutečně roven 1 (popř. $\frac{2}{3}$). Řešení usnadňují hodnoty vyjadřující vztah zlomků při převedení na společného jmenovatele; v těchto úlohách jich však většina není psána červeným, nýbrž černým inkoustem.

R21: $\frac{1}{3}+\frac{1}{15}$ doplnit do 1:

$1-(\frac{1}{3}+\frac{1}{15})=\frac{1}{5}+\frac{1}{15}$

$\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{15}+\frac{1}{15}=1$

V prvním kroku se využívá společný jmenovatel, totiž 15. Do 1 tedy chybí $\frac{4}{15}$, které se dohledají v písemném výpočtu $4\div15$. Hodnoty čitatelů usnadňují také sčítání prováděné ve zkoušce. V závěru úlohy je připsán výraz „jiné $\frac{1}{5}+\frac{1}{10}$ se k tomu přičtou“, který, jak se zdá, do této úlohy nepatří. Může se vztahovat k následujícímu příkladu, kde se s uvedenými zlomky počítá.

R22: $\frac{2}{3}+\frac{1}{30}$ doplnit do 1:

$1-(\frac{2}{3}+\frac{1}{30})=\frac{1}{5}+\frac{1}{10}$

$\frac{2}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}+\frac{1}{30}$

Postup je stejný jako v úloze R21. Společným jmenovatelem je u těchto zlomků 30, tedy se dohledává $\frac{9}{30}$.

R23: $\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}+\frac{1}{30}+\frac{1}{45}$ doplnit do $\frac{2}{3}$

$\frac{2}{3}-(\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}+\frac{1}{30}+\frac{1}{45})=\frac{1}{9}+\frac{1}{40}$

Komentáře vysvětlující tuto úlohu se omezují na minimum. Zadané zlomky se mají doplnit do $\frac{2}{3}$, doprovázejí je hodnoty odpovídající společnému jmenovateli 45. Další postup řešení je vynechán a následuje rovnou výsledek a zkouška. Ve zkoušce se zadané zlomky sčítají se stanoveným výsledkem a s $\frac{1}{3}$, takže po sečtení se dojde k 1.

Tabulka sčítání zlomků

Vedle tabulky $2 \div n$ a výpočtů procvičujích práci se zlomky se můžeme setkat i s tabulkou sčítání zlomků, která mohla sloužit jako pomůcka pro usnadnění jiných výpočtů. Dochovala se na koženém svitku z Britského muzea a je na něm zapsána hned dvakrát. Obě verze přitom obsahují tytéž písařské chyby.

Tabulka zahrnuje jak triviální případy, tak i několik obtížných součtů. V celém textu chybějí červené hodnoty vztahující se k procesu sčítání zlomků. Můžeme tedy usoudit, že hodnoty byly opsány z jiného, snad rozsáhlejšího textu. Účelem zjevně nebylo procvičit sčítání, ale jen zaznamenat výsledek.

Zachyceny jsou následující případy (chyby jsou zde opraveny):

$\frac{1}{10} + \frac{1}{40} = \frac{1}{8}$
$\frac{1}{5} + \frac{1}{20} = \frac{1}{4}$
$\frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$
$\frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{1}{5}$
$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$
$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$
$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$
$\frac{1}{25} + \frac{1}{15} + \frac{1}{75} + \frac{1}{200} = \frac{1}{8}$
$\frac{1}{50} + \frac{1}{30} + \frac{1}{150} + \frac{1}{400} = \frac{1}{16}$
$\frac{1}{25} + \frac{1}{50} + \frac{1}{150} = \frac{1}{15}$
$\frac{1}{9} + \frac{1}{18} = \frac{1}{6}$
$\frac{1}{7} + \frac{1}{14} + \frac{1}{28} = \frac{1}{4}$
$\frac{1}{12} + \frac{1}{24} = \frac{1}{8}$

$\frac{1}{14} + \frac{1}{21} + \frac{1}{42} = \frac{1}{7}$
$\frac{1}{18} + \frac{1}{27} + \frac{1}{54} = \frac{1}{9}$
$\frac{1}{22} + \frac{1}{33} + \frac{1}{66} = \frac{1}{11}$
$\frac{1}{28} + \frac{1}{49} + \frac{1}{98} + \frac{1}{196} = \frac{1}{14}$
$\frac{1}{30} + \frac{1}{45} + \frac{1}{90} = \frac{1}{15}$
$\frac{1}{24} + \frac{1}{48} = \frac{1}{16}$
$\frac{1}{18} + \frac{1}{36} = \frac{1}{12}$
$\frac{1}{21} + \frac{1}{42} = \frac{1}{14}$
$\frac{1}{45} + \frac{1}{90} = \frac{1}{30}$
$\frac{1}{30} + \frac{1}{60} = \frac{1}{20}$
$\frac{1}{15} + \frac{1}{30} = \frac{1}{10}$
$\frac{1}{48} + \frac{1}{96} = \frac{1}{32}$
$\frac{1}{96} + \frac{1}{192} = \frac{1}{64}$

Tabulka určování $\frac{2}{3}$ z lichého zlomku

V egyptské matematice hrály $\frac{2}{3}$ velice důležitou úlohu. Jak byly určovány $\frac{2}{3}$ z celého čísla, není z výpočtů patrné. Pravděpodobně pro tento účel existovaly tabulky, které měl písař během počítání při ruce. Ze $\frac{2}{3}$ se následně půlením určovala $\frac{1}{3}$.

Úloha R61 v Rhindově papyru zaznamenává tabulku určování zlomků ze zlomků, kde jsou $\frac{2}{3}$ a $\frac{1}{3}$ výrazně zastoupeny. Obsahuje následující případy:

$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{9}$
$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$

$\frac{1}{9} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{18} + \frac{1}{54}$
$\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{20}$

$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$	$\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{14}$
$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12} + \frac{1}{36}$	$\frac{1}{7} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{14} + \frac{1}{42}$
$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$	$\frac{1}{11} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{22} + \frac{1}{66}$
$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{11} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{33}$
$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$	$\frac{1}{11} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{22}$
$\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{24}$	$\frac{1}{11} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{44}$

Vedle této tabulky je zapsán text označený jako úloha R61B, který popisuje algoritmus pro výpočet $\frac{2}{3}$ ze zlomku s lichým jmenovatelem. Postup je zde vysvětlen na případě $\frac{1}{5}$ a můžeme jej vyjádřit vztahem $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{2x} + \frac{1}{6x}$. Úloha se uzavírá tvrzením, že stejný výpočet je použitelný pro každý lichý zlomek, což lze chápat jako náznak obecně platného pravidla popsaného na konkrétním případě.

I.5 Řešení rovnic

Úlohy, jejichž tématem je řešení rovnic s jednou neznámou, se objevují ve všech známých staroegyptských sbírkách příkladů. Tato skutečnost nejen svědčí o jejich velkém významu pro egyptské počtáře, ale navíc nám dává příležitost porovnat problémy z hlediska obtížnosti, způsobu zadání i metody řešení a nalézt odlišnosti mezi příklady z různých textů. Rhindův papyrus je jediný, který nabízí více způsobů řešení rovnic, a to v závislosti na složitosti jejich zadání.

Některé z příkladů řešících rovnice jsou zadány jako slovní úlohy, jiné však o problému pojednávají bez potřeby demonstrovat metodu na nějaké situaci ze života. Neznámá se označuje egyptským výrazem *aḥa*, který je chápán jako abstraktní množství. Na základě tohoto výrazu se někdy egyptským rovnicím říká úlohy *aḥa*.

Rovnice řešené metodou nesprávného předpokladu

Úlohy R24–R27 v Rhindově matematickém papyru formulují rovnice ve tvaru $x + \frac{1}{A} \cdot x = B$, a to způsobem: přidej $\frac{1}{A}$ z neznámého množství k němu samému tak, aby vyšlo B. Řešení využívá výhod, jež mu nabízí jednoduchost zadání. Hodnota A se zvolí za x, tedy levá strana rovnice je rovna $A+1$. Skutečná hodnota x je potom rovna $A \cdot \frac{B}{A+1}$. Po vypočítání výsledku se vždy provádí zkouška, ve které se ověří platnost zadaného vztahu.

R24: $x + \frac{1}{7} \cdot x = 19$

$7 + \frac{1}{7} \cdot 7 = 7 + 1 = 8$

$19 \div 8 = 2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$

$7 \cdot (2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}) = 16 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = x$

$(16 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}) + \frac{1}{7} \cdot (16 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}) = (16 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}) + (2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}) = 19$

Úloha sestává ze slovně zadaného problému a písemných výpočtů. Postup řešení, jenž můžeme vyjádřit jako $x = 7 \cdot \frac{19}{8}$, není opatřen žádným komentářem, zřejmě ho vzhledem k nevelké obtížnosti úlohy nebylo zapotřebí.

R25: $x + \frac{1}{2} \cdot x = 16$

$2 + \frac{1}{2} \cdot 2 = 2 + 1 = 3$

$16 \div 3 = 5 + \frac{1}{3}$

$2 \cdot (5 + \frac{1}{2}) = 10 + \frac{2}{3} = x$

$(10 + \frac{2}{3}) + \frac{1}{2} \cdot (10 + \frac{2}{3}) = (10 + \frac{2}{3}) + (5 + \frac{1}{3}) = 16$

Způsob výpočtu je stejný jako v předchozím případě a odpovídá vztahu $x = 2 \cdot \frac{16}{3}$. Výpočet opět nedoprovázejí žádné bližší komentáře.

R26: $x + \frac{1}{4} \cdot x = 15$

$4 + \frac{1}{4} \cdot 4 = 4 + 1 = 5$

$15 \div 5 = 3$

$4 \cdot 3 = 12 = x$

$12 + \frac{1}{4} \cdot 12 = 12 + 3 = 15$

Tato úloha je z celé skupiny nejlépe vypracovaná, počítá se v ní s jednoduššími hodnotami a kromě písemného výpočtu obsahuje také slovní popis řešení. Přestože nestojí v čele této skupiny příkladů, můžeme ji považovat za jakousi vzorovou úlohu pro tento typ problému. Postup lze vyjádřit vztahem $x = 4 \cdot \frac{15}{5}$.

R27: $x + \frac{1}{5} \cdot x = 21$

$5 + \frac{1}{5} \cdot 5 = 5 + 1 = 6$

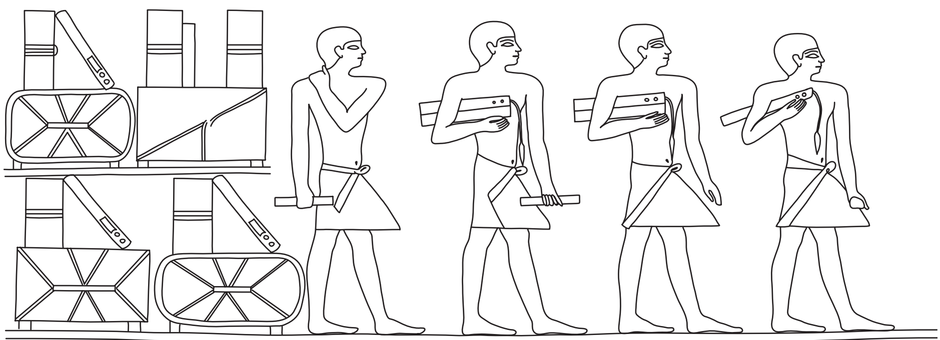
$21 \div 6 = 3 + \frac{1}{2}$

$5 \cdot (3 + \frac{1}{2}) = 17 + \frac{1}{2} = x$

$(17 + \frac{1}{2}) + \frac{1}{5} \cdot (17 + \frac{1}{2}) = (17 + \frac{1}{2}) + (3 + \frac{1}{2}) = 21$

Výpočet má opět stručnou formu prostou komentářů a obtížností je srovnatelný s úlohou R25. Lze jej vyjádřit jako $x = 5 \cdot \frac{21}{6}$.

V Rhindově papyru se metoda nesprávného předpokladu využívá i v jiných problémech, např. v úloze R40, kde se rozděluje chléb několika lidem podle určitého vztahu (viz oddíl I.9).



Kancelář písařů. Písaři chystající se k práci drží svitky a písařské palety pod paží, za nimi jsou ve dvou řadách úhledně srovnány skřínky s dokumenty a psacím náčiním. Cejova hrobka v Sakkáře, 5. dynastie

Rovnice řešené metodou dělení

V jiných úlohách se postupuje odlišně a namísto nesprávného předpokladu se provede dělení pravé strany rovnice násobkem neznámé, tedy například pro rovnici tvaru $x + \frac{1}{A} \cdot x = B$ se provede $B \div (1 + \frac{1}{A}) = x$.

S tímto postupem řešení se setkáváme v moskevském papyru, na jednom zlomku z Káhúnu a také v některých úlohách Rhindova papyru. Zatímco moskevský a káhúnský papyrus ukazují jednoduché příklady lišící se jen drobnostmi v postupu, hodnoty zadané v Rhindově papyru vedou k poměrně obtížným výpočtům.

M25: $2x + x = 9$

$x + 2x = 3x$

$9 \div 3 = 3 = x$

Hodnoty zadané v této úloze jsou natolik jednoduché, že je možné jednoduše sečít násobky neznámé a vydělit jimi pravou stranu rovnice.

M19: $(1 + \frac{1}{2}) \cdot x + 4 = 10$

$10 - 4 = 6$

$1 \div (1 + \frac{1}{2}) = \frac{2}{3}$

$6 \cdot \frac{2}{3} = 4 = x$

Rovnice se nejprve upraví tak, aby na levé straně stál pouze násobek neznámé. Poté se pravá strana rovnice vydělí tímto násobkem. Dělení však neprobíhá přímo, jak tomu bylo v předchozím případě, ale přes vyjádření poměru násobku neznámé vůči 1. Tento způsob se používá i v jiných úlohách a do velké míry dělení usnadňoval.

K4: $x - (\frac{1}{2} + \frac{1}{4}) \cdot x = 5$

$1 - (\frac{1}{2} + \frac{1}{4}) = \frac{1}{4}$

$1 \div \frac{1}{4}$

$5 \cdot 4 = 20 = x$

Tento příklad počítá jedinou známou rovnici, která v zadání obsahuje odčítání. V prvním kroku se levá strana rovnice upraví do jednoduššího tvaru. Následující dělení se opět provádí nepřímo jako v úloze M19.

Úlohy R30–R34 v Rhindově papyru ukazují, jak složité mohlo v některých případech dělení být. Tato skupina úloh se svým zadáním blízce podobá příkladům řešeným metodou nesprávného předpokladu. Přičítanou část neznámé však nelze vyjádřit jediným kmenným zlomkem. Rovnice mají tvar $x + (\frac{1}{A} + \frac{1}{B}) \cdot x = C$. Rozklad několika zlomků již není výhodný pro metodu nesprávného předpokladu, proto se v těchto příkladech provádí dělením pravé strany rovnice násobkem neznámé, čili $x = C \div (1 + \frac{1}{A} + \frac{1}{B})$.

Ve srovnání s úlohami z moskevského a káhúnského papyru je však dělení v těchto příkladech mnohem složitější a jde zpravidla o dělení se zbytkem. Operace navíc zahrnují množství kmenných zlomků, což situaci z našeho pohledu ještě více znepřehledňuje. V závěru úloh je vždy provedena zkouška.

R30: $(\frac{2}{3} + \frac{1}{10}) \cdot x = \frac{1}{10}$

$10 \div (\frac{2}{3} + \frac{1}{10}) = 13$, zbytek $\frac{1}{30}$

$\frac{1}{30} \cdot 23 = \frac{2}{3} + \frac{1}{10}$

$x = 13 + \frac{1}{23}$

$(\frac{2}{3} + \frac{1}{10}) \cdot (13 + \frac{1}{23}) = 10$

Zadáním se tato úloha trochu liší od ostatních ve skupině, řešení je však stejné. Výpočty doprovází i podrobný popis řešení, jenž odpovídá vztahu $x = 10 \div (\frac{2}{3} + \frac{1}{10})$. Hodnota z pravé strany rovnice je v zadání uvedena chybně jako $\frac{1}{10}$. Při dělení se nejprve vypočítá celočíselná část výsledku. Text výpočtu neprozrazuje, jak písař došel ke zbývající $\frac{1}{23}$. Je však možné, že si počítal stranou a tuto část úlohy neopsal.

R31: $x + (\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{7}) \cdot x = 33$

$33 \div (1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{7}) = 14 + \frac{1}{4}$, zbytek $\frac{3+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}{42}$

$\frac{1}{42} \cdot (3 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) = \frac{1}{97} \cdot (3 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) \cdot (1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4})$

$x = 14 + \frac{1}{4} + \frac{1}{97} \cdot (3 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4})$

Hodnoty zadané v tomto příkladu vedou ke složitému výpočtu. Jednotlivé kroky jsou navíc zpřeházeny, což ještě ztěžuje srozumitelnost příkladu. Při dělení se ve dvou krocích sčítají hodnoty násobků dělitele, a to nejprve celá čísla a jednoduché zlomky, zvlášť potom obtížnější zlomky. Zbytek po dělení činí $\frac{3+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}{42}$. Výpočet připsaný nesprávně v samotném závěru úlohy ověřuje, že platí, že $1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{7} = \frac{97}{42}$. Tedy platí také vztah mezi zadaným násobkem neznámé a zbytkem $\frac{3+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}{42} = \frac{(3+\frac{1}{2}+\frac{1}{4})\cdot(1+\frac{2}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{7})}{97}$, a tedy je možné stanovit celkovou hodnotu výsledku. Výpočty se zlomky doprovázejí hodnoty odpovídající společnému jmenovateli 42, což usnadnilo kontrolu již v průběhu počítání. Zkouška v tomto příkladu není zaznamenána.

R32: $x + (\frac{1}{3} + \frac{1}{4}) \cdot x = 2$

$2 \div (1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}) = 1 + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{114} + \frac{1}{228}$

$(1 + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{114} + \frac{1}{228}) \cdot (1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}) = 2$

Výpočet této úlohy je částečně doplněn komentářem. Písemné dělení doprovázejí pomocné hodnoty, jež se vztahují ke společnému jmenovateli 144. Ten byl získán v pomocném výpočtu o dvou krocích, totiž $12 \cdot 12 = 144$ a následně $144 \cdot (1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}) = 228$. Posléze je provedena zkouška, kde se z výsledné hodnoty spočítá její třetina a čtvrtina. Druhá zkouška následuje v závěru příkladu. Hodnoty x, $\frac{1}{3} \cdot x$ a $\frac{1}{4} \cdot x$ se zde sčítají, aby se ověřilo, že vyjde 2, jak bylo stanoveno v zadání. Sčítání probíhá ve dvou krocích. Nejprve se sečtou malé zlomky s 1, výsledkem je $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$, do 2 tedy chybí $\frac{1}{4}$. Obtížnější zlomky se následně sčítají pomocí červených hodnot, jež se vztahují ke společnému jmenovateli 912. Jejich součet je 228, čili $\frac{228}{912}$, což je chybějící $\frac{1}{4}$.

R33: $x + (\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{7}) \cdot x = 37$

$$37 \div (1 + \tfrac{2}{3} + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{7}) = 16, \text{ zbytek } \tfrac{2}{42}$$
$$\tfrac{1}{42} \cdot 2 = (1 + \tfrac{2}{3} + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{7}) \cdot (\tfrac{1}{56} + \tfrac{1}{689} + \tfrac{1}{776})$$
$$x = 16 + \tfrac{1}{56} + \tfrac{1}{689} + \tfrac{1}{776}$$
$$(16 + \tfrac{1}{56} + \tfrac{1}{689} + \tfrac{1}{776}) \cdot (1 + \tfrac{2}{3} + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{7}) = 37$$

Postup je stejný jako v předchozí úloze. Provádí se dělení se zbytkem, potom se využije vztah $1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{7} = \frac{97}{42}$, tedy $(1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{7}) \cdot \frac{1}{97} = \frac{1}{42}$. Jeho dvojnásobek, tedy hledané $\frac{2}{42}$, se určí podle tabulky $2 \div n$. Po dosažení výsledku je provedena zkouška, která ověřuje jeho správnost. Při počítání se zlomky se v celém výpočtu používají červené hodnoty vztahující se ke společnému jmenovateli 42.

R34: $x + (\frac{1}{2} + \frac{1}{4}) \cdot x = 10$

$$10 \div (1 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4}) = 5 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{7} + \tfrac{1}{14}$$
$$(5 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{7} + \tfrac{1}{14}) \cdot (1 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4}) = 10$$

Dělení v této úloze je snazší a vede rovnou k výsledku. Zkouška, jež ověřuje správnost výsledku, nicméně využívá možnosti sčítat zlomky postupně, tedy nejprve ty snazší a potom pomocí červených hodnot ty obtížnější.

Rovnice počítající množství obilí

Rhindův papyrus obsahuje i další příklady, které z matematického hlediska řeší stejný problém, tedy rovnice o jedné neznámé, avšak jsou zadány jako slovní úlohy. Z tohoto důvodu se v nich neobjevuje výraz *aḥa*, postup řešení je však stejný jako v příkladech popsaných výše.

Úlohy R35–R38 se zabývají množstvím obilí, které se odměřuje pomocí měřice. Zadání příkladů je formulováno v první osobě z hlediska x a má tvar $A \cdot x + \frac{1}{B} \cdot x = 1$. Rovnice se řeší dělením $1 \div (A + \frac{1}{B})$.

Co činí tuto skupinu příkladů odlišnou od předcházejících rovnic, je druhá část výpočtů ověřující správnost výsledku. Zkouška se nejprve provádí prostě dosazením výsledku do zadaného vztahu. Protože se však neznámé množství týká obilí, výpočet zkoušky se opakuje ještě v hodnotách systému měřice, a to nejprve v *ro* a poté ještě ve zlomcích Horova oka. Zdá se, že v procvičování převodů spočívala hlavní váha těchto příkladů.

R35: $3x + \frac{1}{3} \cdot x = 1$

$$1 \div (3 + \tfrac{1}{3}) = \tfrac{1}{5} + \tfrac{1}{10} = x$$
$$(\tfrac{1}{5} + \tfrac{1}{10}) \cdot (3 + \tfrac{1}{3}) = 1$$
$$(\tfrac{1}{5} + \tfrac{1}{10}) \cdot 320 \cdot (3 + \tfrac{1}{3}) = 96 \cdot (3 + \tfrac{1}{3}) = 320\ ro$$
$$(\tfrac{\mathit{1}}{\mathit{4}} + \tfrac{\mathit{1}}{\mathit{32}} + \tfrac{\mathit{1}}{\mathit{64}} + 1) \cdot (3 + \tfrac{1}{3}) = 1 \text{ měřice}$$

Řešení rovnice je snadné, poté jsou provedeny tři zkoušky. První zkouška ověřuje správnost výpočtu, druhá zkouška počítá s hodnotou *ro*, kdy $\frac{1}{5} + \frac{1}{10}$ odpovídá 96 *ro*. Třetí zkouška operuje přímo s jednotkou měřice, a hodnota x je tedy v tomto případě rovna $\frac{\mathit{1}}{\mathit{4}} + \frac{\mathit{1}}{\mathit{32}} + \frac{\mathit{1}}{\mathit{64}}$ měřice +1 *ro*.

R36: $3x + (\frac{1}{3} + \frac{1}{5}) \cdot x = 1$

$$30 \div 106 = \tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{53} + \tfrac{1}{106} + \tfrac{1}{212} = x$$
$$(\tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{53} + \tfrac{1}{106} + \tfrac{1}{212}) \cdot (3 + \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{5}) = 1$$

Dělení, které se provádí v tomto výpočtu, odpovídá $1 \div (3 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5})$. Písař vynechal jeden krok výpočtu, který by objasnil, že platí vztah $3 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{106}{30}$. Sčítání zlomků ve zkoušce probíhá ve dvou krocích. Po jednoduchém sečtení $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ se obtížnější zlomky sečtou pomocí červených hodnot vyjadřujících jejich vztah vůči 1 060. Tak se dopočítá $\frac{1}{4}$ zbývající do 1. V tomto případě chybějí druhé zkoušky ověřující hodnoty v měřici. Možná je tomu tak proto, že výpočet zkoušky byl poměrně složitý.

R37: $3x + (\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{9}) \cdot x = 1$

$$3 + \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{3} \cdot \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{9} = 3 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{18}$$
$$1 \div (3 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{18}) = \tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{32} = x$$
$$(\tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{32}) \cdot (3 + \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{3} \cdot \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{9}) = 1$$
$$90 \cdot (3 + \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{3} \cdot \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{9}) = 320$$
$$(\tfrac{\mathit{1}}{\mathit{4}} + \tfrac{\mathit{1}}{\mathit{32}}) \cdot (3 + \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{3} \cdot \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{9}) = \tfrac{\mathit{1}}{\mathit{2}} + \tfrac{\mathit{1}}{\mathit{8}} + \tfrac{\mathit{1}}{\mathit{4}} + \tfrac{\mathit{1}}{\mathit{8}} = 1 \text{ měřice}$$

Levá strana rovnice je nejprve zjednodušena, aby se s ní snáze počítalo. Potom se provede dělení, v jehož závěru se ověřuje správnost sečtením příslušných násobků dělitele. V tomto sčítání zlomků se postupuje ve dvou krocích, kdy se obtížnější zlomky sčítají zvlášť pomocí červených hodnot, jež odpovídají společnému jmenovateli 576. V dalším kroku se provede zkouška dosazením výsledku do zadání. Další dvě zkoušky počítají v *ro* a ve zlomcích měřice, jako tomu bylo v úloze R35.

R38: $3x + \frac{1}{7} \cdot x = 1$

$$1 \div (3 + \tfrac{1}{7}) = \tfrac{1}{6} + \tfrac{1}{11} + \tfrac{1}{22} + \tfrac{1}{66}$$
$$(\tfrac{1}{6} + \tfrac{1}{11} + \tfrac{1}{22} + \tfrac{1}{66}) \cdot (3 + \tfrac{1}{7}) = 1$$
$$(\tfrac{1}{6} + \tfrac{1}{11} + \tfrac{1}{22} + \tfrac{1}{66}) \cdot 320 = 101 + \tfrac{2}{3} + \tfrac{1}{11} + \tfrac{1}{22} + \tfrac{1}{66}$$
$$(101 + \tfrac{2}{3} + \tfrac{1}{11} + \tfrac{1}{22} + \tfrac{1}{66}) \cdot (3 + \tfrac{1}{7}) = 1 \text{ měřice}$$
$$(\tfrac{\mathit{1}}{\mathit{4}} + \tfrac{\mathit{1}}{\mathit{16}} + 1 + \tfrac{2}{3} + \tfrac{1}{11} + \tfrac{1}{22} + \tfrac{1}{66}) \cdot (3 + \tfrac{1}{7}) = 320 \; \mathit{ro}$$

Při dělení se využívá vztahu $(3 + \frac{1}{7}) \div 22 = \frac{1}{7}$, což je ve výpočtu výslovně uvedeno. Zkouškou se ověří správnost výsledku jeho dosazením do zadání. Další dvě zkoušky počítají s hodnotami v *ro* a ve zlomcích měřice. Zajímavé je, že v závěru zkoušky v *ro* je uvedeno, ze součet činí 1 měřici, zatímco ve zkoušce pro zlomky měřice se součet uvádí ve tvaru 320 *ro*.

Dvě neúplné úlohy

V Rhindově papyru se dochovaly dvě úlohy, jejichž forma i sofistikovaný způsob řešení se značně liší od ostatních příkladů počítajících rovnice. Ani jedna z nich však není zapsána celá; první úloha je popsána slovně, zatímco druhou tvoří pouze písemný výpočet. Obě úlohy jsou si vzájemně velice podobné, což mohlo během opisování poplést písaře, který tak omylem spojil slovní popis s písemným řešením dvou různých úloh, aniž by si svého omylu povšiml.

R28: $x + \frac{2}{3} \cdot x - \frac{1}{3} \cdot (x + \frac{2}{3} \cdot x) = 10$

$$\tfrac{1}{10} \cdot 10 = 1$$
$$10 - 1 = 9 = x$$
$$\tfrac{2}{3} \cdot 9 = 6$$
$$9 + 6 = 15$$
$$\tfrac{1}{3} \cdot 15 = 5$$
$$15 - 5 = 10$$

Zadání úlohy popisuje poměrně složitou rovnici. Celé řešení příkladu se provádí ve dvou krocích, které lze shrnout jako $10 - \frac{1}{10} \cdot 10 = 9$ a jež vycházejí z upraveného tvaru rovnice $x \cdot \frac{10}{9} = 10$. Jak k němu písař došel není zřejmé, zajímavé však je, že nepočítal $9 \cdot (\frac{1}{10} \cdot 10)$, jak bychom mohli očekávat vzhledem k principům staroegyptské matematiky.[5] Následující kroky výpočtu tvoří zkouška, kde se výsledek dosadí do zadání.

R29: $(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{10}) \cdot 10 = 13 + \frac{1}{2} = x$
$(13 + \frac{1}{2}) \cdot \frac{2}{3} = 9$
$13 + \frac{1}{2} + 9 = 22 + \frac{1}{2}$
$(22 + \frac{1}{2}) \cdot \frac{1}{3} = 7 + \frac{1}{2}$
$22 + \frac{1}{2} + 7 + \frac{1}{2} = 30$
$\frac{1}{3} \cdot 30 = 10$

Výpočet odpovídá rovnici $\frac{1}{3} \cdot [x + \frac{2}{3} \cdot x + \frac{1}{3} \cdot (x + \frac{2}{3} \cdot x)] = 10$ a řešení zjevně vychází z jejího upraveného tvaru $\frac{20}{27} \cdot x = 10$, tedy $x = 10 \cdot (1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{10})$. Výsledek je vypočítán v prvním kroku řešení, následující kroky tvoří zkouška.

Rovnice druhého řádu

Jediný známý příklad počítající rovnici druhého řádu se zachoval na jednom z fragmentů z berlínského muzea. Rovnice zahrnuje dvě neznámá množství, která se rozlišují jako „jedno“ a „jiné, druhé“. Jejich vztah je zadán jako $b = (\frac{1}{2} + \frac{1}{4}) \cdot a$.

B1: $100 = a^2 + b^2$
$100 = a^2 + ((\frac{1}{2} + \frac{1}{4}) \cdot a)^2$
$100 = (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{16}) \cdot a^2$
$10 = (1 + \frac{1}{4}) \cdot a$
$10 \div (1 + \frac{1}{4}) = 8 = a$
$8 \cdot (\frac{1}{2} + \frac{1}{4}) = 6 = b$

Postup řešení jasně ukazuje, že exponenty obou neznámých jsou větší než 1, ačkoli text tuto skutečnost přímo nezmiňuje. V prvním kroku se druhá neznámá převede na první dle zadaného vztahu. Tím se získá rovnice s jednou neznámou. Násobky neznámé se potom umocní a sečtou, aby bylo možné celou rovnici odmocnit. První neznámá potom byla spočítána vydělením, druhá neznámá dosazením první neznámé do zadaného vztahu. Písař, který se tímto problémem zabýval, musel být již dost zkušený.

[5] O. Neugebauer, *Arithmetik und Rechnentechnik der Ägypter*, Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik B1, Berlin 1931, s. 301–381.

I.6 Výpočet obsahu plochy

Úlohy počítající obsah plochy různých obrazců jsou známy z Rhindova a moskevského papyru. Jsou zadány zpravidla jako úlohy vztahující se k vyměřování polí.[6] Výraz pro pole, egyptsky *aḥet*, který se v těchto úlohách objevuje, však můžeme chápat také jako pojem označující obecně plochu.

Jednotky, ve kterých se počítá, nejsou v úlohách vždy zmíněny. Písaři nicméně museli být schopni se v jednotkách dobře orientovat, což je pochopitelné vzhledem k důležitosti zeměměřičských výpočtů pro tehdejší život v nilském údolí.

Čtyřúhelník

Obdélník se v textech označuje výrazem *ifed*, v moskevském papyru také výrazem *pet*, a jeho obsah se počítá vynásobením délek jeho stran. Delší strana se nazývá *aw*, kratší strana *wesech*.

R49: $a = 10$, $b = 2$

$$1\,000 \cdot 100 = 100\,000$$
$$\tfrac{1}{10} \cdot 100\,000 = 10\,000$$
$$\tfrac{1}{10} \cdot 10\,000 = 1\,000 = S$$

Výpočet odpovídá rozměrům 10×1, přestože zadání uvádí 10×2. Zajímavé je převádění jednotek během výpočtu, které mohlo být jedním z úkolů k procvičení v této jednoduché úloze.

M6: $S = 12$, $a \cdot (\frac{1}{2} + \frac{1}{4}) = b$

$$1 \div (\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4}) = 1 + \tfrac{1}{3}$$
$$12 \cdot (1 + \tfrac{1}{3}) = 16$$
$$\sqrt{16} = 4 = a$$
$$(\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4}) \cdot 4 = 3 = b$$

Zadán je obsah pravoúhelníku a vztah mezi oběma jeho rozměry. Výpočet obsahuje několik písařských chyb. Zajímavé je, že na konci úlohy je zapsána i část písemného výpočtu, který se v moskevském papyru obvykle vynechává.

M18: $a =$5 loktů 5 dlaní, $b =$3 dlaní

5 loktů = 35 dlaní

[6] Vyměřování polí tvořilo významnou součást egyptského hospodářství. Hranice polí se vytyčovaly opakovaně každý rok poté, co se rozvodněná řeka navrátila do svého koryta a zemědělské práce mohly začít.

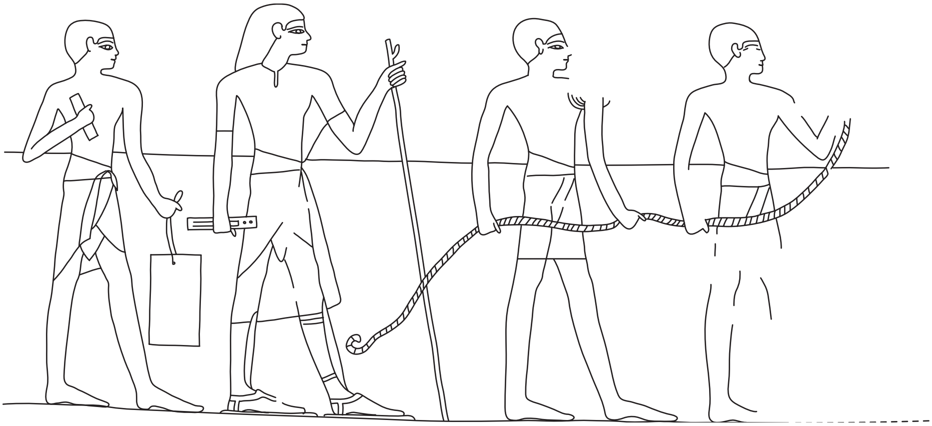
$$5 \cdot 2 = 10$$
$$(31 + 10) \cdot 80$$

V tomto případě úloha není zadána na příkladu pole, ale kusu látky. Metoda počítání obsahu plochy se tedy procvičovala v různém kontextu. Písař se však dopustil chyby již na začátku počítání a úloha zůstala nedokončená.

Káhúnský papyrus obsahuje úlohu, jež snad řeší také obsahy plochy.[7] Její zadání a začátek výpočtu se nedochovaly, nicméně se zdá, že problém se zabývá rozdělením plochy o rozměrech 40×3 na deset stejných obdélníků, jejichž poměr stran je stanoven vztahem $b = (\frac{1}{2} + \frac{1}{4}) \cdot a$.

K5: $40 \cdot 3 = 120$
$$\frac{1}{10} \cdot 120 = 12$$
$$1 \div (\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4}) = 1 + \tfrac{1}{3}$$
$$12 \cdot (1 + \tfrac{1}{3}) = 16$$
$$\sqrt{16} = 4 = a$$
$$(\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4}) \cdot 4 = 3 = b$$

Obsah zadané plochy je rozdělen na deset částí. Rozměry deseti shodných čtverců se potom spočítají pomocí zadaného vztahu mezi jejich rozměry. Tyto kroky výpočtu se zcela shodují s úlohou M6.



Vyměřování pole. Písař opírající se o hodnostářskou hůl, doprovázený mladým učedníkem, dohlíží na dva asistenty, kteří provádějí potřebná měření za pomoci silného lana. Džeserkaresenebova hrobka v západních Thébách, 18. dynastie

[7] Přepis a překlad papyru publikované F. L. Griffithem (*Hieratic Papyri from Kahun and Gurob*, London 1898) naznačují, že se mohlo jednat o výpočet objemů, avšak S. Couchoud se pokusila prokázat, že se jedná o rozdělování plochy (*Mathématiques égyptiennes*, Paris 1993, s. 136–138). Intepretace úlohy tedy není zcela jednoznačná.

Trojúhelník

Trojúhelník se v textech označuje výrazem *sepdet* a vždy se jedná o trojúhelník rovnoramenný. Jeho základna se nazývá *tep-r*, zatímco *merejet* označuje zřejmě výšku.[8] Obsah se počítá převedením trojúhelníku na obdélník se stejným obsahem, což vyjadřuje fráze „spočítej polovinu x (délka základny), abys udal jeho obdélník“. Písaři se tedy nejen učili tento typ problému vypočítat, ale rovněž měli pochopit postup řešení a některá obecně platná pravidla geometrie.

R51: $v = 10$ *chet*, $a = 4$ *chet*

$\frac{1}{2} \cdot 4 = 2$

$10 \cdot 2 = 20 = S$

Postup řešení je jasný, polovina délky základny rovnoramenného trojúhelníku se vynásobí jeho výškou. V závěru úlohy se výsledných 20 *chet*^{2} přepočítá na 2 000 loktů^2 a poté na jednotky *cha-ta*.

M4: $v = 10$, $a = 4$

$\frac{1}{2} \cdot 4 = 2$

$10 \cdot 2 = 20 = S$

Tato úloha se shoduje s příkladem R51. Rozměry zadaného trojúhelníku i postup řešení jsou totožné, v moskevském papyru však nejsou uvedeny jednotky ani převody. Shoda úloh ve dvou různých textech může naznačovat, že při výuce matematiky se používaly vzorové příklady z jakéhosi jednotného zdroje.

M7: $S = 2$, $a : b = 2 + \frac{1}{2}$

$S \cdot 2 = 40$

$40 \cdot (2 + \frac{1}{2}) = 100$

$\sqrt{100} = 10$

$1 \div (2 + \frac{1}{2}) = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$

$10 \cdot (\frac{1}{3} + \frac{1}{15}) = 4$

$a = 10$, $b = 4$

V tomto případě je zadán obsah a je třeba najít rozměry. Zadán je obsah 2, avšak počítá se s obsahem 20. Jedná se tedy opět o tentýž obrazec jako v úlohách R51 a M4. Zdvojnásobením obsahu trojúhelníku se získá obsah odbélníku se shodnými rozměry, poté se spočítá obsah čtverce o délce strany rovné delšímu rozměru trojúhelníku. Odmocněním se získá první

[8] Někteří odborníci soudí, že výraz *merejet* označuje délku strany trojúhelníku. Viz např. W. B. Chace, *The Rhind Mathematical Papyrus*, Oberlin 1979, s. 36.

rozměr, což je výška. Délka základny se již snadno vypočítá ze zadaného vztahu mezi oběma rozměry.

M17: $S = 20,\ b = (\frac{1}{3} + \frac{1}{15}) \cdot a$

$20 \cdot 2 = 40$

$1 \div (\frac{1}{3} + \frac{1}{15}) = 2 + \frac{1}{2}$

$40 \cdot (2 + \frac{1}{2}) = 100$

$\sqrt{100} = 10 = a$

$(\frac{1}{3} + \frac{1}{15}) \cdot 10 = 4 = b$

Úloha je totožná s M7, avšak vztah mezi oběma rozměry trojúhelníku je zadán jiným způsobem. Moskevský papyrus tedy pravděpodobně zkouší, nakolik se počtář orientuje v problémech, které se liší v maličkostech.

Rhindův matematický papyrus obsahuje ještě tři další výpočty zabývající se obsahem trojúhelníku, a to R53–R55. Tyto úlohy sestávají z písemných výpočtů, které doprovází náčrtek. Vysvětlující komentáře však chybějí a je značně obtížné úlohy interpretovat. Je docela dobře možné, že všechny tři úlohy spolu souvisejí, a že se tedy nejedná o tři různé nezávislé příklady.[9]

R53: $(1 + \frac{1}{4}) \cdot (4 + \frac{1}{2}\ secat) = 5 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}\ secat$

$\frac{1}{10} \cdot (13 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\ secat$

$5 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = 7\ secat$

$7 \cdot (3 + \frac{1}{4}) = 15 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\ secat$

$\frac{1}{2} \cdot (15 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) = 7 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\ secat$

R54: rozdělení plochy 7 *secat* na 10 polí:

$7 \div 10 = \frac{1}{2} + \frac{1}{5}$

$10 \cdot (\frac{1}{2} + \frac{1}{8}\ secat + 7 + \frac{1}{2}\ me\d{h}\text{-}ta) = 7\ secat$

R55: rozdělení plochy 3 *secat* na 5 polí:

$3 \div 5 = \frac{1}{2} + \frac{1}{10}$

$5 \cdot (\frac{1}{2}\ secat + 10\ me\d{h}\text{-}ta) = 3\ secat$

Co se skrývá za výpočty v úloze R53, není příliš jasné, a je pravděpodobné, že část výpočtů chybí. Úlohy R54 a R55 rozdělují určitou plochu na několik částí. Výsledek se v obou případech spočítá v prvním kroku výpočtu a ve druhém kroku potom následuje zkouška. Přitom se výsledek z jednotek *secat* převede na *secat* + *meḥ-ta*.

[9] Viz např. presentace A. Gennara s titulem „A consistent solution of the problem 53 in the Rhind mathematical papyrus" na *The Eighth International Congress of Egyptologists, Cairo 28 March – 3 April 2000.*

Lichoběžník

Obsah lichoběžníku *ḥaket* se počítal převedením na rovnoramenný trojúhelník, jehož délka základny je rovna součtu obou základen lichoběžníku, tedy podle vztahu $S = \frac{(a+c)\cdot v}{2}$. Termíny označující delší základnu a výšku jsou tytéž jako u trojúhelníku, kratší základna se nazývá *pa-ḥaket*, tedy to, co charakterizuje lichoběžník *ḥaket*.

R52: $v = 20$, $a = 6$, $c = 4$

$a + c = 6 + 4 = 10$

$\frac{1}{2} \cdot 10 = 5$

$20 \cdot 5 = 10 = S$

Rozměry lichoběžníku jsou zadány v jednotkách *chet*, zatímco písemné výpočty jsou v loktech. Na místě výsledku je chybně zapsáno 10 místo správné hodnoty 100.

Kruh

Kruh, egyptsky *deben*, byl určován délkou poloměru. Staroegyptská matematika nepracovala s hodnotou π, ani tuto veličinu nijak nepopisovala. Obsah kruhu se počítal převedením na čtverec o přibližně stejném obsahu. Strana čtverce přitom byla rovna $\frac{8}{9}$ poloměru zadaného kruhu.[10] Výsledky těchto výpočtů odpovídají $\pi = 3{,}16$, chyba vzniklá touto metodou je tedy vcelku zanedbatelná.

R48: $8 \cdot 8 = 64$

$9 \cdot 9 = 81$

Úloha sestává ze dvou písemných výpočtů, které postrádají slovní vysvětlení. Doprovodný obrázek naznačuje, že výpočty porovnávají obsah kruhu a čtverce, jejichž průměr a délka strany jsou stejné: $d = a = 9$. První výpočet se týká kruhu a vychází ze vztahu $S = (d - \frac{1}{9} \cdot d)^2 = (9-1)^2 = 8^2$. Druhý výpočet počítá obsah čtverce.

R50: $d = 9$

$9 - \frac{1}{9} \cdot 9 = 9 - 1 = 8$

$8 \cdot 8 = 64$

Tato úloha vzorově předvádí počítání obsahu kruhu. Slovní popis řešení doprovází písemný výpočet.

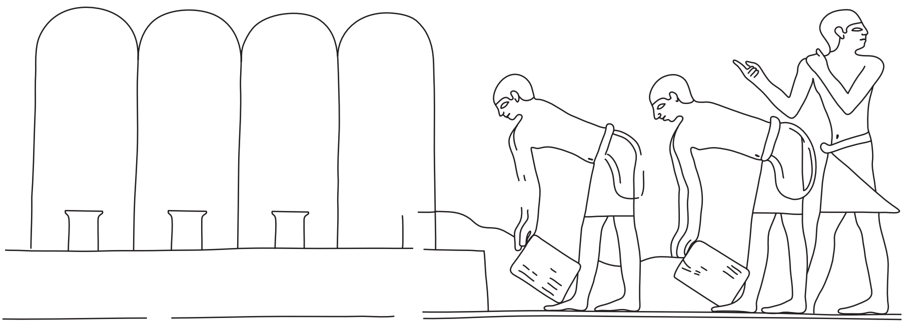
[10] O možném způsobu odvození metody používané k počítání obsahu kruhu pojednává článek H. Engelse „Quadrature of the Circle in Ancient Egypt“, *Historia Mathematica* 4 (1977), s. 137–140.

I.7 Výpočet objemu tělesa

Objemy těles se počítají v Rhindově, moskevském a káhúnském papyru. Úlohy v jednotlivých textech se liší, a to jak způsobem zadání a metodou řešení, tak obtížností řešených příkladů.

Za pozornost stojí skutečnost, že zatímco u obsahů plochy se pracuje s jasnou terminologií popisující jednotlivé obrazce i jejich rozměry, v případě těles se s obecnými termíny nesetkáme. Rhindův papyrus problémy popisuje na příkladu obilních sýpek s čtvercovou nebo kruhovou podstavou, takže se vyhýbá názvům pro kvádr (krychli) a válec. Komolý jehlan v moskevském papyru je popsán pomocí ideogramu, nikoli slovním termínem. Úloha v káhúnském papyru není dochována celá.

Rhindův papyrus ve svých příkladech s obilními sýpkami zachycuje další významnou součást života staroegyptské společnosti. Výpočet objemu je v těchto úlohách velice jednoduchý, zajímavé jsou však převody jednotek, jež se zde procvičují a které mohly být hlavní náplní těchto úloh. Rozměry se zadávají v loktech, výsledek se z loktů[3] převede nejprve na pytle a poté na stovky čtyřnásobných měřic.



Kontrolor měrných nádob a jeho pomocník odebírají zrno ze sýpky, muž stojící za nimi hlásí odměřená množství písařům. Nikauisesiho hrobka v Sakkáře, 6. dynastie

Kvádr a krychle

Rozměry tělesa jsou dány rozměry podstavy, tedy obdélníku, které doplňuje údaj o výšce, jež se nazývá *ḥeḥ*. Objem kvádru i krychle, se kterými se setkáváme v Rhindově papyru, se počítá dle vztahu $V = S \cdot v$, kde obsah podstavy S se získá postupem procvičeným v úlohách popsaných v předchozím oddílu a v je výška.

R44: $a = 10$, $b = 10$, $c = 10$

$10 \cdot 10 = 100$

$100 \cdot 10 = 1\,000$

$1\,000 + \frac{1}{2} \cdot 1\,000 = 1\,000 + 500 = 1\,500$

$\frac{1}{20} \cdot 1\,500 = 75$

Postup řešení je jednoduchý. Výsledných 1 000 loktů^3 se převede nejprve na 1 500 pytlů a poté na 75 stovek čtyřnásobných měřic.

R45: $V = 75$

$75 \cdot 20 = 1\,500$

$\frac{1}{10} \cdot 1\,500 = 150$

$\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot 1\,500 = 15$

$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot 1\,500 = 10$

V tomto případě je úloha zadána obráceně, avšak jde o tutéž sýpku jako v úloze R44. Zadání neupřesňuje ani tvar tělesa, ani žádný z rozměrů. Výpočet nicméně ukazuje, že se jedná o těleso s pravoúhlou podstavou, přesněji o krychli, a dva rozměry rovné 10 loktům byly počtáři známy. Objem ve stovkách čtyřnásobných měřic se nejprve převede na pytle. Dvojí vydělení 10 vede ke zjištění třetího rozměru, který se však ještě musí vyjádřit v loktech podle vztahu 1 loket $= 1 + \frac{1}{2}$ pytle.

R46: $V = 25$

$25 \cdot 20 = 500$

$\frac{1}{10} \cdot 500 = 50$

$\frac{1}{20} \cdot 500 = 25$

$\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot 500 = 5$

$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot 500 = 3 + \frac{1}{3}$

Postup je stejný jako v předcházejícím případě. Po převedení na pytle se objem vydělí dvěma známými rozměry (které však opět nejsou v zadání výslovně uvedeny). Výpočet $\frac{1}{20}$ objemu s postupem řešení nijak nesouvisí a byl zde zapsán asi omylem. Tato úloha se zabývá sýpkou s třetinovou výškou, a tedy třetinovou kapacitou ve srovnání s předcházejícími dvěma úlohami.

Válec

Objem válce se počítá vynásobením obsahu kruhové podstavy výškou, jež se nazývá *ḥeḥ*. I v těchto úlohách, stejně jako v případě počítání objemu kvádru, se v Rhindově papyru podrobně procvičuje převádění jednotek. Úloha, která se dochovala na káhúnském papyru, sestává pouze z písemného výpočtu. Slovní zadání či vysvětlující komentáře v tomto případě zcela chybějí.

R41: $d = 9$, $v = 10$

$9 - \frac{1}{9} \cdot 9 = 9 - 1 = 8$

$8 \cdot 8 = 64$

$64 \cdot 10 = 640$

$640 + \frac{1}{2} \cdot 640 = 960$

$\frac{1}{20} \cdot 960 = 48$

Obsah kruhové podstavy se počítá stejně, jak tomu bylo v úlohách počítajících obsahy polí. Obsah podstavy se vynásobí výškou a 640 loktů^3 se převede na pytle a na stovky čtyřnásobných měřic.

R42: $d = 10$, $v = 10$

$10 - \frac{1}{9} \cdot 10 = 10 - (1 + \frac{1}{9}) = 8 + \frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$

$(8 + \frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}) \cdot (8 + \frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}) = 79 + \frac{1}{108} + \frac{1}{324}$

$(79 + \frac{1}{108} + \frac{1}{324}) \cdot 10 = 790 + \frac{1}{18} + \frac{1}{27} + \frac{1}{54}$

$(790 + \frac{1}{18} + \frac{1}{27} + \frac{1}{54}) + \frac{1}{2} \cdot (790 + \frac{1}{18} + \frac{1}{27} + \frac{1}{54}) = 1185$

$1185 \cdot \frac{1}{20} = 59 + \frac{1}{4}$

Postup řešení je shodný s předcházejícím příkladem, avšak hodnoty, se kterými se zde počítá, nejsou tak příznivé. Převody na pytle a stovky čtyřnásobných měřic vedou k příhodnějšímu tvaru výsledku.

K2´ : $d = 12$, $v = 8$

$12 + \frac{1}{3} \cdot 12 = 12 + 4 = 16$

$16 \cdot 16 = 256$

$256 \cdot (5 + \frac{1}{3}) = 1\,365 + \frac{1}{3}$

Úloha je zadána pomocí jednoduchého náčrtku, který zachycuje tvar podstavy a rozměry. V prvním kroku se spočítá obsah čtverce o straně o třetinu větší než zadaný průměr podstavy. Vynásobením $\frac{2}{3}$ výšky se získá objem válce v pytlích. Postup odpovídá výrazu $(d+\frac{1}{3}\cdot d)^2\cdot\frac{2}{3}\cdot v$, který je ekvivalentní s postupem $(d - \frac{1}{9} \cdot d)^2 \cdot v \cdot \frac{3}{2}$ známým z úloh z Rhindova papyru.

R43: $v = 9$, $d = 6$

$9 - 1 = 8$

$8 + \frac{1}{3} \cdot 8 = 10 + \frac{2}{3}$

$(10 + \frac{2}{3}) \cdot (10 + \frac{2}{3}) = 113 + \frac{2}{3} + \frac{1}{9}$

$(113 + \frac{2}{3} + \frac{1}{9}) \cdot \frac{2}{3} \cdot 6 = (113 + \frac{2}{3} + \frac{1}{9}) \cdot 4 = 455 + \frac{1}{9}$

$\frac{1}{20} \cdot (455 + \frac{1}{9}) = 22 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{45}$

Rozměry zadané v úvodu úlohy byly zaměněny. Podle následujícího výpočtu je průměr podstavy roven 9 a výška 6 loktům. Objem se počítá tak, aby vyšel rovnou v pytlích. Řešení však není správné, neboť se zde spletly dohromady postupy známé z úloh R41 a K2´ do chybného vztahu $((d - \frac{1}{9} \cdot d) \cdot (1 + \frac{1}{3}))^2 \cdot \frac{2}{3}\ v$.

Komolý jehlan

Komolý jehlan v moskevském papyru představuje o něco obtížnější předmět počítání. Těleso je v zadání zachyceno ideogramem, který nejlépe vystihoval jeho tvar. Můžeme je chápat jako nedostavěnou pyramidu se čtvercovou základnou. Výška je označena termínem *setatej*, délku strany horní a dolní základny popisují termíny *cherej* a *ḥerej*. Jednotky, s nimiž se zde počítá, nejsou v příkladu uvedeny, důležitější byl samotný postup řešení.

M14: $v = 6,\ a = 4,\ b = 2$

$4^2 = 16$

$4 \cdot 2 = 8$

$2^2 = 4$

$16 + 8 + 4 = 28$

$\frac{1}{3} \cdot 6 = 2$

$28 \cdot 2 = 56$

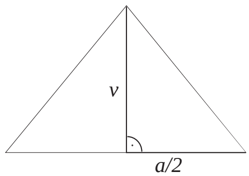
Délky stran horní a dolní podstavy jsou umocněny a také vzájemně vynásobeny, poté se výsledek vynásobí třetinou výšky. Postup tedy odpovídá výrazu $V = (a^2 + ab + b^2) \cdot \frac{1}{3} \cdot v$.

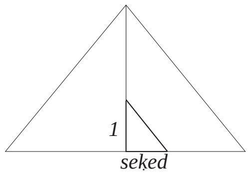
Jak byl postup řešení odvozen, úloha nijak nenaznačuje. Je možné, že egyptští písaři metodu řešení stanovili empiricky díky svým bohatým konstrukčním zkušenostem.[11]

[11] K různým výkladům viz např. B. Gunn – T. E. Peet, „Four geometrical problems from the Moscow mathematical papyrus“, *The Journal of Egyptian Archaeology* 15 (1929), s. 167–185; K. Vogel, „The truncated pyramid in Egyptian mathematics“, *The Journal of Egyptian Archaeology* 16 (1930), s. 242–249; W. R. Thomas, „Moscow mathematical papyrus no. 14“, *The Journal of Egyptian Archaeology* 17 (1931), s. 50–52. Za zmínku stojí, že v řecké matematice se výpočet objemu jehlanu podle vztahu $V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot v$ objevuje v 5. stol př. Kr. u Démokrita a dokazuje jej až Eukleides.

I.8 Výpočet sklonu pyramidy

Úlohy zabývající se poměrem mezi výškou a délkou strany pyramidy nacházíme pouze v Rhindově matematickém papyru. Pro výšku pyramidy se užíval termín *per-m-wes*, délka strany se označovala jako *wecha-cebet*. Egyptští písaři vyjadřovali sklon pyramidy jako poměr mezi polovinou délky strany základny vůči výšce. Z našeho pohledu tedy hledali kotangens úhlu pravoúhlého trojúhelníku, jehož jednu odvěsnu tvoří výška pyramidy v a druhou odvěsnu polovina délky základny $\frac{a}{2}$. Sklon *seḳed* vyjadřovali v dlaních a odpovídal délce $\frac{a}{2}$ pro $v = 1$ loket.





R56: pyramida: $a = 360$, $v = 250$

$\frac{1}{2} \cdot 360 = 180$

$180 \div 250 = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{50}$ lokte

$7 \cdot (\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{50}) = 5 + \frac{1}{25}$ dlaně

Sklon zadané pyramidy se spočítá vydělením poloviny délky strany základny výškou pyramidy. Následuje převod z loktů na dlaně podle vztahu 1 loket = 7 dlaní.

R57: pyramida: $a = 140$, sklon = 5 dlaní 1 prst

$1 \div 2 \cdot (5 + 1) = 1 \div (10 + \frac{1}{2})$

$7 \div (10 + \frac{1}{2})$

$\frac{2}{3} \cdot (10 + \frac{1}{2}) = 7$

$\frac{2}{3} \cdot 140 = 93 + \frac{1}{3}$

V tomto příkladu je úkolem stanovit výšku pyramidy při zadané délce strany základny a sklonu. Postup je tedy obrácený, nejprve se vyjádří poměr mezi jednotkovou výškou a dvojnásobkem sklonu, který odpovídá délce strany základny pro výšku rovnou 1 lokti (7 dlaním). Výsledek dělení $7 \div (10 + \frac{1}{2})$ se vyjadřuje obrácenou operací, tedy jako činitel ve vztahu $\frac{2}{3} \cdot (10 + \frac{1}{2}) = 7$. Pomocí takto získaného poměru se z délky strany pyramidy dopočítá hledaná výška.

R58: pyramida: $v = 93 + \frac{1}{3}$, $a = 140$

$\frac{1}{2} \cdot 140 = 70$

$$70 \div (93 + \tfrac{1}{3}) = \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4}$$
$$(\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4}) \cdot 1 \text{ loket}$$
$$(\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4}) \cdot 7 \text{ dlaní} = 3 + \tfrac{1}{2} + 1 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4} = 5 \text{ dlaní } 1 \text{ prst}$$

Úloha počítá s týmiž hodnotami jako R47, zadání je však obrácené. Dělení se provádí písemně a tento výpočet je připojen za slovním komentářem úlohy.

R59: pyramida: $v = 12$, $a = 8$

$$6 \div 8 = \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4}$$
$$(\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4}) \cdot 7 = 5 + \tfrac{1}{4} = 5 \text{ dlaní } 2 \text{ prsty}$$

Rozměry zadané v úvodu této úlohy jsou zaměněny. Podle výpočtu totiž hodnota 12 odpovídá délce strany a 8 výšce. Další chyba se objevuje ve výsledku, který je ve skutečnosti roven 5 dlaním a 1 prstu.

R59B: pyramida: $a = 12$, sklon $= 5$ dlaní 1 prst

$$1 \div 2 \cdot (5 + 1) = 7 \div (10 + \tfrac{1}{2})$$
$$\tfrac{2}{3} \cdot (10 + \tfrac{1}{2}) = 7$$
$$\tfrac{2}{3} \cdot 12 = 4$$

Řešení je stejné jako v úloze R57, zatímco hodnoty, se kterými se počítá, se shodují s hodnotami v úloze R59. Ve výsledku písař opět udělal chybu.

R60: stavba: $a = 15$, $v = 30$

$$\tfrac{1}{2} \cdot 15 = 7 + \tfrac{1}{2}$$
$$(7 + \tfrac{1}{2}) \cdot 4 = 30$$

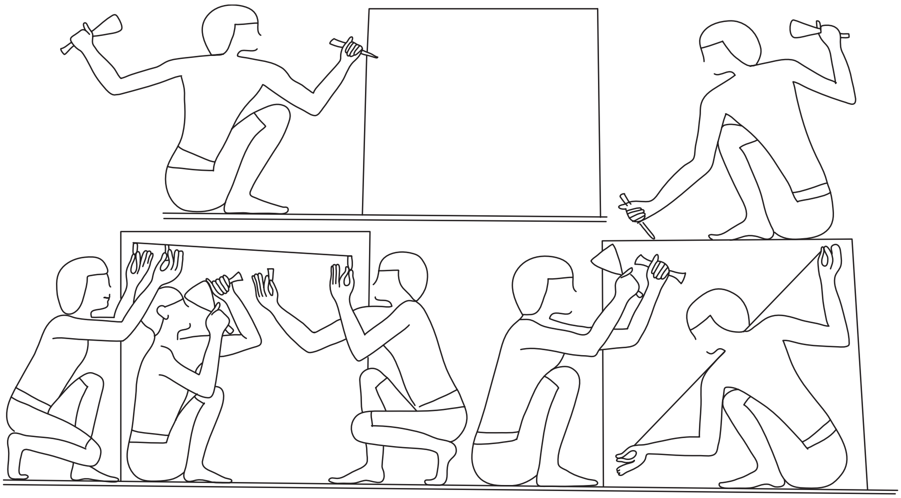
Tato úloha se nevěnuje pyramidě, ale jinému vyššímu, strmějšímu objektu, který je označen ideogramem.[12] Jeho rozměry se označují odlišnými termíny než rozměry pyramid, a to *kai-en-heru* pro výšku a *sentet* pro délku strany základny. Liší se rovněž postup řešení, neboť tato úloha místo $\frac{a}{2} \div v$ určuje poměr $v \div \frac{a}{2}$, tedy tangens úhlu svíraného základnou a stěnou.

Úlohy popisované v této skupině pravděpodobně odrážejí matematickou praxi datující se již do období Staré říše, kdy se zhruba ve 28.–27. století př. Kr. začaly stavět rozměrné pyramidy. Za pozornost stojí, že sklon 5 dlaní a 1 prst, jenž se objevuje ve čtyřech ze šesti úloh v této

[12] Snad se jednalo o pilíř nebo obelisk. Výška tohoto objektu je dvojnásobná oproti délce strany základny.

skupině, přibližně odpovídá[13] sklonu stěn Rachefovy pyramidy v Gíze,[14] zatímco sklon popsaný v úloze R60 odpovídá zhruba sklonu stěn soukromých hrobek.[15] Rozměry z úloh R57 a R58 navíc odpovídají rozměrům Veserkafovy pyramidy v Sakkáře.[16]

Vedle počítání sklonu pyramid muselo být z hlediska staroegyptské úřednické praxe rovněž důležité počítat objem pyramid, a tedy množství kamene potřebného na stavbu. Takové úlohy se však v dochovaných textech neobjevují. Pouze úloha 14 v moskevském papyru ukazuje, že algoritmus pro výpočet objemu jehlanu byl znám a používán (viz výše).



Dělníci otesávají a proměřují velký kamenný blok určený pro nějakou stavbu. Rechmireova hrobka v západních Thébách, 18. dynastie

[13] V této souvislosti musíme mít na paměti, že rozměry pyramid, jak je stanovujeme dnes, nejsou zcela přesné. Památky jsou silně poškozené a obložení stěn bylo u většiny z nich dávno strháno, takže měření nemohou zcela spolehlivě zachytit původní stav.

[14] Druhou největší pyramidu v Egyptě vybudoval syn Chufua, stavitele slavné Velké pyramidy v Gíze. Rachefova pyramida má základnu dlouhou 215 m a dosahovala výšky 143,5 m.

[15] L. Borchardt, „Wie wurden die Böschungen der Pyramiden bestimmt?“, *Zeitschrift für ägyptischen Sprache* 51 (1893), 16–17.

[16] Více k pyramidám viz M. Verner, *Pyramidy: tajemství minulosti*, Praha 1997; M. Lehner, *The Complete Pyramids*, London 1997; H. R. Butler, *Egyptian Pyramid Geometry. Architectural and Mathematical Patterning in Dynasty IV Egyptian Pyramid Complexes*, Mississauga 1998.

I.9 Slovní úlohy různého zaměření

Velká část příkladů, které můžeme najít v dochovaných matematických textech, má podobu slovních úloh, které na rozmanitých případech inspirovaných běžným životem egyptského obyvatelstva definují různé matematické problémy. I v jiných skupinách úloh jsme se mohli setkat s praktickým zadáním příkladů, zde však nacházíme větší rozmanitost a nápaditost v zadání, stejně jako v typech problémů.

Můžeme zde najít úlohy, které odkazují na tentýž praktický kontext, např. stanovení přídělů, avšak matematický problém, který řeší, je zcela odlišný. Stejně tak jsou zde příklady, které skrývají tentýž matematický problém a popisují tutéž metodu řešení, avšak jsou zadány jako zcela odlišné situace z různých oblastí života, např. rozdělování chlebů a stanovení hodnoty kovů.

Dělení produktů na nestejné části

Úlohy popsané v této skupině pocházejí pouze z Rhindova matematického papyru a zabývají se rozdělováním chleba a obilí podle určitého zadaného klíče.

R39: 100 chlebů rozdělit 10 lidem, polovinu šesti, polovinu čtyřem, rozdíl jejich přídělů je x:

$50 \div 4 = 12 + \frac{1}{2}$

$50 \div 6 = 8 + \frac{1}{3}$

$(12 + \frac{1}{2}) - (8 + \frac{1}{3}) = 4 + \frac{1}{6} = x$

Ze zadaných sto chlebů rozdělených na polovinu se spočítají příděly jednotlivých mužů z jedné i druhé skupiny. Všechny příděly jsou v úloze vyjmenovány a v závěru je uveden hledaný rozdíl.

R63: 700 chlebů pro 4 muže, tak aby díly byly v poměru $\frac{2}{3} : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$

$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

$1 \div (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{14}$

$700 \cdot (\frac{1}{2} + \frac{1}{14}) = 400$

$\frac{2}{3} \cdot 400 = 266 + \frac{2}{3}$

$\frac{1}{2} \cdot 400 = 200$

$\frac{1}{3} \cdot 400 = 113 + \frac{1}{3}$

$\frac{1}{4} \cdot 400 = 100$

V prvním kroku se sečtou díly všech mužů podle zadaného poměru a vydělí se jimi celkový počet chlebů. Dělení se provádí nepřímo ve dvou krocích. Z výsledných 400 chlebů se již snadno spočítají podíly jednotlivých mužů. U třetího muže se písař dopustil chyby a místo 133 zapsal 113.

R65: 100 chlebů rozdělit 10 lidem, díl každého je x, tři muži mají $2x$

$$10 + 3 = 13$$

$$100 \div 13 = 7 + \frac{2}{3} + \frac{1}{39} = x$$

K deseti hledaným přídělům se připočítá jeden příděl navíc pro tři privilegované muže. Zadaných 100 chlebů se vydělí na příslušný počet dílů, a tak se určí příděl jednotlivců. Třem šťastlivcům přísluší dvojnásobný podíl $15 + \frac{1}{3} + \frac{1}{26} + \frac{1}{78}$, který se snadno stanoví pomocí tabulky $2 \div n$.

R68: 100 jednotek obilí rozdělit 4 velitelům v poměru 12 : 8 : 6 : 4

$$100 \div 30 = 3 + \frac{1}{3} = 3 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} \text{ měřice } 1 + \frac{2}{3}\ \textit{ro}$$

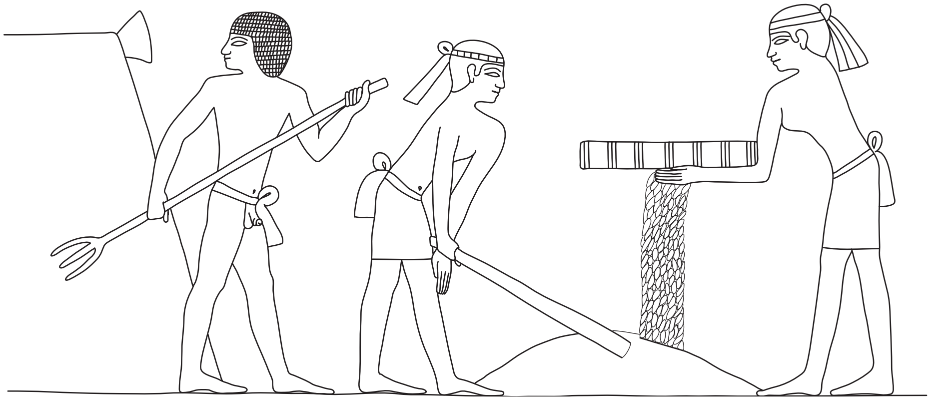
$$12 \cdot (3 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + 1 + \frac{2}{3}) = 40 \text{ měřic}$$

$$8 \cdot (3 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + 1 + \frac{2}{3}) = 26 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} \text{ měřice } + 3 + \frac{1}{3}\ \textit{ro}$$

$$6 \cdot (3 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + 1 + \frac{2}{3}) = 20 \text{ měřic}$$

$$4 \cdot (3 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + 1 + \frac{2}{3}) = 13 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} \text{ měřice } + 1 + \frac{2}{3}\ \textit{ro}$$

Postup ke stejný jako v úloze R63. Nejprve se sečte počet všech dílů v zadaném poměru a vydělí se tím sto zadaných chlebů, čímž vyjde podíl každého muže v mužstvech velitelů. Tento podíl se převede na měřice, přičemž hodnota $\frac{1}{3}$ měřice je známa z výpočtů na tabulkách z Achmímu (viz I.3). Podíly jednotlivých velitelů se potom snadno získají násobením.



Muž pomocí dřevěného nástroje podobného vidlím odmetá zrno z kupy obilí směrem ke dvěma ženám, které je prosévají. Jedna z nich nahromaděné zrní prometá a druhá je prosévá na velkém sítu tak, aby vítr odvál plevy. Vlasy mají staženy, aby si je chránily před prachem. Egyptské muzeum v Káhiře, 5./6. dynastie

Aritmetická a geometrická posloupnost

Některé slovní úlohy v Rhindově papyru ukazují, že egyptští písaři se dovedli dobře orientovat také v problémech s posloupnostmi. Jeden příklad je znám také v káhúnského papyru, tento však sestává pouze z písemného výpočtu a nemá slovní zadání.

R40: 100 chlebů rozdělit 5 lidem tak, aby součet prvních tří dílů = = součet druhých dvou dílů; diference je $5 + \frac{1}{2}$

$a_1 = 1$

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 60$

$100 \div 60 = 1 + \frac{2}{3}$

$a_1 \cdot (1 + \frac{2}{3}) = 1 + \frac{2}{3}$

$a_2 \cdot (1 + \frac{2}{3}) = 10 + \frac{2}{3} + \frac{1}{6}$

$a_3 \cdot (1 + \frac{2}{3}) = 20$

$a_4 \cdot (1 + \frac{2}{3}) = 29 + \frac{1}{6}$

$a_5 \cdot (1 + \frac{2}{3}) = 38 + \frac{1}{3}$

V úloze se počítají jednotlivé členy posloupnosti při zadaném součtu a diferenci. Využívá se metoda nesprávného předpokladu, kterou již známe z rovnic. Pro nejmenší člen rovný 1 se dopočítají zbývající členy a jejich součet. Následně se určí poměr zadaných 100 chlebů vůči tomuto součtu a podle něj se potom upraví jednotlivé členy posloupnosti. Podmínka stanovená v zadání platí, není však v úloze ověřena, ani se nevyužívá při výpočtu.

R64: 10 měřic ječmene rozdělit 10 lidem, diference $\frac{1}{8}$

$10 \div 10 = \frac{1}{2}$

$10 = 1 = 9$

$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{16}$

$9 \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{2} + \frac{1}{16}$

$a_1 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{16}$

Tento výpočet popisuje algoritmus pro určení největšího členu posloupnosti a_1 na základě znalosti součtu s, počtu členů n a diference d, který můžeme vyjádřit jako $a_1 = \frac{s}{n} + (n-1) \cdot \frac{d}{2}$. V prvním kroku se písař dopustil chyby.

K2: $a = 13 + \frac{2}{3} + \frac{1}{12}$, $d = \frac{2}{3} + \frac{1}{6}$

$9 \cdot (\frac{1}{3} + \frac{1}{6}) = 3 + \frac{2}{3} + \frac{1}{12}$

Tato úloha nemá žádný slovní popis a sestává pouze z písemných výpočtů. Je zřejmé, že levý sloupec vyjmenovává členy sestupné aritmetické posloupnosti, nad kterými je zapsán součet členů. Pravý sloupec obsahuje výpočet, jenž odpovídá operaci $(n-1)\cdot\frac{d}{2}$, která souvisí s určováním součtu členů aritmetické posloupnosti.

R79: $a_1 = 7$, $q = 7$

$7 + 49 + 343 + 2\,301 + 16\,807 = 19\,607$

$7 \cdot 2\,801 = 19\,607$

Tato úloha popisuje hospodářství tvořené domy, ke kterým patří kočky, myši a různé druhy obilnin. Nejde však o praktický problém; jsou zde zaznamenány dva sloupce textu, z nichž jeden vyjmenovává členy geometrické posloupnosti (součásti hospodářství), kde každý člen je 7krát větší než předchozí člen, přičemž hodnota čtvrtého členu je zapsána chybně (správně je 2 401). Druhý sloupec počítá operaci $7\cdot 2\,801 = 19\,607$, která odpovídá vztahu $x\cdot\frac{q^n-1}{q-1}$, kde n je počet členů posloupnosti a q je kvocient. Oba výpočty ukazují součet geometrické posloupnosti, avšak chybí zde komentář, který by písemný výpočet objasňoval.

Žertovný obrázek koček posluhujících vypasené myší šlechtičně. Jedna z koček podává sedící myši oděné v jemný šat pohár vína, její kolegyně jí zatím upravuje nakadeřenou paruku. Další dvě kočky pečují o malou myšku, která rozpustile mává tlapkami. Satirický papyrus z Egyptského muzea v Káhiře, 20. dynastie

Obchod a řemeslná práce

Část slovních úloh svými tématy odkazuje na praktické činnosti, jako je určování hodnoty zboží, rozpočítávání zásob, dohled nad řemeslníky či pravidelně prováděné sčítání dobytka. Příklady tak odrážejí další součást rozmanitého života staroegyptské společnosti.

R62: pytel zlata, stříbra a cínu v hodnotě 84 kroužků, cena kovů je x

$12 + 6 + 3 = 21$

$84 \div 21 = 4$

$12 \cdot 4 = 48 = x$ (zlato)

$6 \cdot 4 = 24 = x$ (stříbro)

$3 \cdot 4 = 12 = x$ (cín)

Tato úloha se velice podobá příkladům R63 a R68 (viz výše), postup řešení je stejný jako v R68. Sečtou se ceny za jednotku všech kovů a určí se počet jednotek každého kovu v pytli. Přitom množství každého kovu je stejné, což však není v zadání uvedeno. Hodnota jednotlivých kovů v pytli se spočítá vynásobením jednotkové hodnoty spočítaným množstvím.

R66: 10 měřic tuku rozpočítat na rok

10 měřic $= 3\,200$ *ro*

1 rok $= 365$ dní

$3\,200 \div 365 = 8 + \frac{2}{3} + \frac{1}{10} + \frac{1}{2\,190}$

$8 + \frac{2}{3} + \frac{1}{10} + \frac{1}{2\,190} = \frac{1}{16}$ měřice $+ 3 + \frac{2}{3} + \frac{1}{10} + \frac{1}{2\,190}$ *ro*

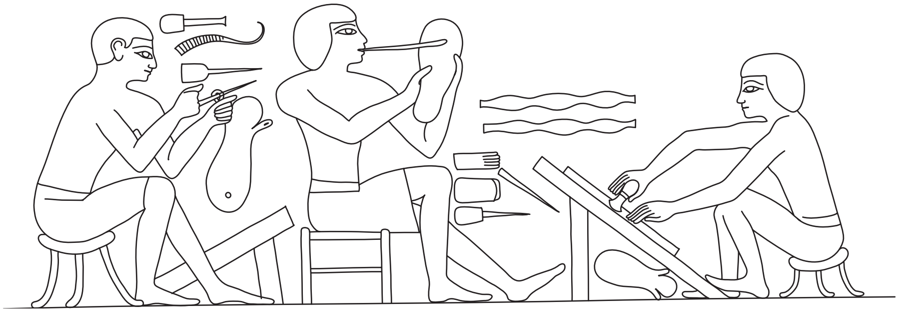
Výpočet je velice snadný. Zadané množství tuku se převede na menší jednotky dle vztahu 1 měřice $= 320$ *ro* a rok se vyjádří počtem dnů. Po dokončení výpočtu se výsledek převádí zpět na měřice.

M23: výroba sandálů: 10 denně nařeže, 5 denně dokončí, x sandálů denně nařeže i dokončí

$1 + 2 = 3$

$10 \div 3 = 3 + \frac{1}{3} = x$

První krok výpočtu určí, jak dlouho trvá dokončit sandály, které výrobce vyrobí za jeden den. Následné dělení stanoví počet sandálů, které lze kompletně vyrobit za den.



Dílna na výrobu sandálů. Tři muži obklopení svými nástroji vyrábějí sandály: jeden z nich připravuje kůži, další vytváří otvory potřebné k připevnění šňůrek a poslední muž sandály dokončuje. Rechmireova hrobka v západních Thébách, 18. dynastie

M11: výroba prken(?): šíře 5 dlaní = 100, šíře 4 dlaně = x

$$5^2 = 25$$
$$4^2 = 16$$
$$25 \div 16 = 1 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{16}$$
$$100 \cdot (1 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4}) = 156 + \tfrac{1}{4} = x$$

Zadání úlohy není příliš jasné. Zdá se, že se jedná o truhláře vyrábějícího určitý objem dřeva různé šíře.[17] V prvních krocích výpočtu se určí plocha prken obou šíří, v dalším kroku se určí poměr, o který naroste množství při změně šířky.

R67: dobytek přiváděný ke sčítání: 70 býků je $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}$ z původních x kusů:

$$\tfrac{2}{3} \cdot \tfrac{1}{3} = \tfrac{1}{6} + \tfrac{1}{18}$$
$$1 \div (\tfrac{1}{6} + \tfrac{1}{18}) = 4 + \tfrac{1}{4}$$
$$70 \cdot (4 + \tfrac{1}{4}) = 315 = x$$
$$\tfrac{2}{3} \cdot \tfrac{1}{3} \cdot 315 = 70$$

Zadání popisuje rovnici $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot x = 70$. V prvním kroku se přepočítá násobek neznámé, přičemž se využije tabulka $2 \div n$ pro $n = 9$. Tímto násobkem se vydělí pravá strana rovnice. V závěru úlohy je provedena zkouška ověřující správnost výsledku.

Péče o hospodářství

Poslední úlohy v Rhindově papyru a rovněž jeden příklad v káhúnském papyru se zabývají vykrmováním drůbeže a dobytka. Z matematického hlediska to nejsou úlohy obtížné, úkolem je spočítat množství krmiva, které se spotřebuje za určité časové období. Zajímavé jsou však údaje o průměrné spotřebě krmiva pro zvířata žijící v různých podmínkách, jako jsou husy zavřené v klecích oproti husám žijícím na rybníku. Součástí příkladů jsou také převody na různé jednotky.

R82: pro krmenou husu $2 + \frac{1}{2}$ měřice mouky, 10 hus po 40 dnů, celkem je potřeba x měřic obilí k namletí mouky:

$$(2 + \tfrac{1}{2}) \cdot 10 = 25 \text{ měřic}$$

[17] K této nové interpretaci viz A. Imhausen, *Ägyptische Algorithmen. Eine Untersuchungen zu den mittelägyptischen Aufgabentexten*, Ägyptologische Abhandlungen 65, Wiesbaden 2003, s. 154–155. Podle dřívější intepretace úloha přepočítává navýšení objemu práce muže, který přenáší chleby v koších, do kterých se vejde 5 bochníků, oproti košům na 4 bochníky; viz V. V. Struve, *Mathematischer Papyrus des Staatlichen Museums der schönen Künste in Moskau*, Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik A1, Berlin 1930, s. 101–106.

$(2 + \frac{1}{2}) \cdot 40 = 100$ měřic

$\frac{2}{3} \cdot 100 = \mathit{66} + \frac{\mathit{1}}{\mathit{3}} + \frac{\mathit{1}}{\mathit{4}} + \frac{\mathit{1}}{\mathit{16}} + \frac{\mathit{1}}{\mathit{64}}$ měřice $+ 1 + \frac{2}{3}$ *ro*

$\frac{1}{10} \cdot (66 + \frac{2}{3}) = \mathit{6} + \frac{\mathit{1}}{\mathit{2}} + \frac{\mathit{1}}{\mathit{8}} + \frac{\mathit{1}}{\mathit{32}}$ měřice $+ 3 + \frac{1}{3}$ *ro*

$100 - (6 + \frac{2}{3}) = \mathit{93} + \frac{\mathit{1}}{\mathit{4}} + \frac{\mathit{1}}{\mathit{16}} + \frac{\mathit{1}}{\mathit{64}}$ měřice $+ 1 + \frac{2}{3}$ *ro* $= x$

Text úlohy není zcela jasný, je však možné rozeznat výše popsané operace. Úkolem asi bylo určit množství obilí, které je potřeba k umletí mouky postačující na výkrm 10 hus za 40 dnů. Postup odpovídá tomu, že na 100 měřic mouky je potřeba namlít obilí o objemu menším o $\frac{1}{10}$ ze $\frac{2}{3}$ z tohoto množství. Tedy $\frac{2}{3}$ ze 100 měřic je $66 + \frac{2}{3}$ a $\frac{1}{10}$ z toho je $6 + \frac{2}{3}$ měřice. Ty je třeba odečíst od 100 měřic mouky. Výsledek je potom z měřic převeden ještě na dvojnásobné měřice, kde se nicméně písař dopustil chyby.

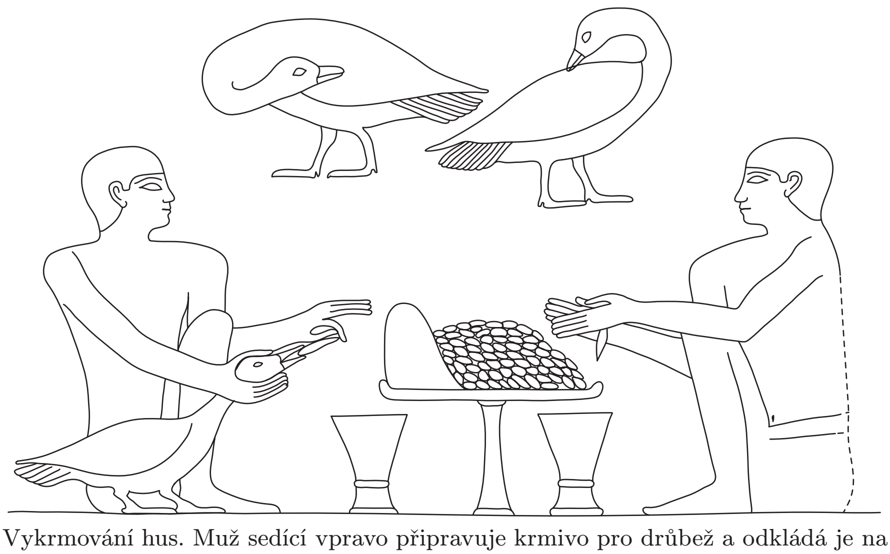
82B: pro krmenou husu $1 + \frac{1}{4}$ měřice mouky, 10 hus po 40 dnů, celkem je potřeba x dvojnásobných měřic obilí k namletí mouky:

$(1 + \frac{1}{4}) \cdot 10 = 12 + \frac{1}{4}$

$(1 + \frac{1}{4}) \cdot 40 = 50$

$x = \mathit{23} + \frac{\mathit{1}}{\mathit{2}} + \frac{\mathit{1}}{\mathit{4}} + \frac{\mathit{1}}{\mathit{8}}$ měřice $+ 4 + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$ *ro*

Tato úloha je stejná jako předchozí, avšak počítá s poloviční dávkou krmiva. Nejprve se spočítá množství mouky potřebné na celé období 40 dnů, potom se vyjádří množství žádaného obilí ve dvojnásobných měřicích. Výsledku se tedy dosáhlo výpočtem $(\frac{1}{10} \cdot \frac{2}{3} \cdot 50) \div 2$.



Vykrmování hus. Muž sedící vpravo připravuje krmivo pro drůbež a odkládá je na nízký stolek před sebou. Jeho kolega pevně přidržuje vybranou husu, aby jí mohl nacpat krmení do krku. Kagemniho hrobka v Sakkáře, 6. dynastie

R83: 4 husy spotřebují 1 *henu*, 1 husa spotřebuje x:

$1\ \mathit{henu} = 32\ ro \div 4 = \frac{1}{64}$ měřice $+ 3\ ro = x$

$\frac{1}{16} + \frac{1}{32}$ měřice $+ 2\ ro = 32\ ro = 1\ \mathit{henu}$

$1 \cdot 10 = 1$ měřice

$1 \cdot 30 = 30$ měřic

Na začátku úlohy se vypočítá krmivo pro jednu husu, a to v jednotkách měřice. Poté se i zadané množství krmiva pro čyři husy vyjádří v měřicích. Výsledek se přepočítá pro deset dnů, přičemž 10 *henu* = 1 měřice, a poté ještě na měsíc, tedy 30 dnů. Za výpočtem následuje přehled různých druhů drůbeže a množství krmiva odpovídajícího tomu kterému druhu. Tato část úlohy nemá valný matematický význam, z hlediska hospodářského je však velice zajímavá.

Pasáci starající se o hovězí dobytek dopřávají zvířatům odpočinek poté, co je převedli přes řeku. Hrobka Nefera a Kahaje v Sakkáře. 5. dynastie.

Úloha K6 v káhúnském matematickém papyru se nedochovala celá. V první části jsou uvedeny různé druhy drůbeže, z následujícího výpočtu se dochovaly tyto kroky:

K6: $\ldots -1 = 11$

$100 - 45 = 55$

$55 \div 11 = 5$

$\ldots$

$2 \cdot 5 = 10$

$\ldots$

Úloha snad počítá počet hus připadajících na určité časové období. Intepretace výpočtu je však vzhledem ke stavu dochování velice obtížná.

Poslední matematická úloha v Rhindově papyru, R84, se podobá předchozím příkladům, avšak zabývá se vykrmováním býků. Její intepretace je poměrně obtížná. Pro různé druhy býků jsou zde uvedeny dvě hodnoty odpovídající dvěma druhům krmiva. Druhá část příkladu počítá spotřebu krmiva v období 10 dnů a měsíce.

I.10 Stanovení kvality piva a chleba

Jednou z nejpočetnějších skupin úloh jsou příklady zabývající se pečením chleba a vařením piva, které jsou zaznamenány v Rhindově a moskevském matematickém papyru.

Chléb a pivo tvořily základ jídelníčku starých Egypťanů a jako takové zasluhovaly bezpochyby velkou pozornost. Úlohy věnující se jejich přípravě se zaobírají různou kvalitou těchto produktů v závislosti na použitém množství obilí (mouky). Kvalita produktu se označovala výrazem *pesu*, který vyjadřoval počet chlebů nebo džbánů piva vyrobených z jedné měřice obilí.

Některé příklady srovnávají hodnotu produktů na základě jejich kvality, což v zásadě umožňovalo směnu piva a chlebů různých kvalit. Zároveň bylo určování kvality byrokratickým nástrojem, kdy se snadno měřitelné množství obilí procesem vaření a pečení přeměnilo na zcela jiný produkt. Kvalita potom určovala přesný vztah výsledného produktu k jednotce evidovaného obilí.

Výroba chleba a piva

Nejjednodušší výpočty v této skupině se zabývají výrobou chleba a piva ze zadaného množství obilí či mouky. Úkolem je stanovit kvalitu nebo počet kusů. V Rhindově papyru najdeme dva příklady počítající nejen kvalitu pečeného chleba, ale také množství mouky odpovídající každému upečenému kusu. Moskevský papyrus obsahuje několik úloh s rozdílně složitým a různě formulovaným zadáním.

Zajímavostí moskevského papyru je obohacování piva datlemi,[18] jež vedlo ke zvýšení podílu alkoholu. Tento proces se v úlohách popisuje výrazem „$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ sladu pro datle", který v zásadě znamená, že pro stejně silné pivo se spotřebovalo poloviční množství obilí nebo že ze zadaného množství obilí se získal dvojnásobný počet džbánů piva.

M15: vyrobit x džbánů piva kvality 2 z 10 měřic:

$10 \cdot 2 = 20$

Tato jednoduchá úloha ukazuje, jak se určuje množství piva uvařeného z určitého množství obilí při žádané kvalitě. Kvalita 2 znamená, že z každé měřice se uvaří dva džbány piva, tedy z 10 měřic je to 20 džbánů.

[18] O výrobě piva pojednává velmi podrobně např. D. Samuel, „Brewing and Baking", T. Nicolson, I. Shaw (eds.), *Ancient Egyptian Material and Technology*, Cambridge 2000, s. 537–576, ohledně přidávání datlí viz s. 556–557.

M12: vyrobit 18 džbánů piva kvality x z 13 měřic:

$13 \div (2 + \frac{1}{6}) = 6$

$18 \div 6 = 3$

Kvalita piva při zadaném množství obilí a žádaném počtu džbánů se spočítá rovněž velice snadno. Na rozdíl od předcházejícího příkladu se síla piva zvyšuje přidáním datlí. Koeficient $2 + \frac{1}{6}$ odpovídá stavu, kdy se do směsi během vaření přidává stejné množství datlí, jako je sladu.

R69: 80 chlebů z $3 + \frac{1}{2}$ měřice mouky kvality x, každý chléb odpovídá y měřic mouky:

$80 \div (3 + \frac{1}{2}) = 22 + \frac{2}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{21}$

$(22 + \frac{2}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{21}) \cdot (3 + \frac{1}{2}) = 80$

$3 + \frac{1}{2}$ měřice $= 1\,120$ *ro*

$1\,120 \div 80 = 14$ *ro* $= \frac{1}{64}$ měřice $+ 3$ *ro*

$(\frac{1}{64} + 3) \cdot 80 = 3 + \frac{1}{2}$ měřice

V této úloze se počítá nejen kvalita žádaných chlebů, ale také množství mouky, které připadne na každý bochník. V prvním kroku výpočtu se hledá kvalita chleba, po dosažení výsledku následuje zkouška. V dalším kroku se zadaná mouka převede na *ro* a spočítá se, že každý bochník chleba odpovídá 14 *ro* mouky. Po převedení na měřici následuje zkouška.

R70: 100 chlebů z $7 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ měřice kvality x, každý chléb odpovídá y měřic mouky.

$100 \div (7 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}) = 12 + \frac{2}{3} + \frac{1}{42} + \frac{1}{126}$

$(12 + \frac{2}{3} + \frac{1}{42} + \frac{1}{126}) \cdot (7 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}) = 2\,520$

$2\,520 \div 100 = 25 + \frac{1}{5}$ *ro* $= \frac{1}{16} + \frac{1}{64}$ měřice $+ \frac{1}{5}$ *ro*

$100 \cdot (\frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{5}) = 7 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ měřice

Tento příklad je zadán podobně jako R69 a rovněž postup je stejný. Nejprve se spočítá kvalita chleba a provede se zkouška. Podíl jednoho bochníku se určuje nejprve v jednotkách *ro*. Převod zadaných $7 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ měřice na *ro* není v úloze zazamenán. Toto opomenutí může souviset s chybným zapsáním výsledku první zkoušky, který má být 100, jako by při opisování písař omylem přeskočil celý jeden krok výpočtu.

M9: vyrobit 100 chlebů kvality 20 a x džbánů piva kvality 2, 4, 6 z 16 měřic:

$100 \div 20 = 5$ měřic

$16 - 5 = 11$ měřic

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3} + \frac{1}{4}$
$(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}) \cdot 2 = 1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{4}$
$11 \div (1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{4}) = 6$ džbánů

V tomto případě se má vyrobit chleba jedné kvality a pivo tří různých kvalit. Nejprve se spočítá, že ze zadaných 16 měřic obilí se 5 měřic spotřebuje na výrobu chleba. Na jeden džbán od každé kvality piva se spotřebuje $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ měřice obilí, což při přidání datlí tvoří $1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ měřice. Vydělením 11 měřic touto hodnotou se tedy získá celkový počet džbánů piva.

M13: vyrobit 100 chlebů kvality 20 a x džbánů piva kvality 2, 4, 6 z 16 měřic:

$100 \div 20 = 5$ měřic

$16 - 5 = 11$ měřic

$1 \div 2 + 1 \div 4 + 1 \div 6 = \frac{2}{3} + \frac{1}{4}$
$(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}) \cdot 2 = 1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{6}$
$11 \div (1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{6}) = 12$ džbánů

Zadání je totožné s úlohou M9, avšak popis řešení se v některých částech liší. Poslední dělení navíc nepřináší správný výsledek, přesto však na konci úlohy stojí fráze „nalezl jsi správně“.

M22: vyrobit 100 chlebů kvality x a 10 džbánů piva kvality 2 z 10 měřic

$10 \div 2 = 5$

$10 = 5 = 5$

$\frac{1}{2} \cdot 5 = 2 + \frac{1}{2}$

Úloha je pravděpodobně nedokončená. Nejprve se spočítá spotřeba obilí pro normální pivo, potom se však přepočítává kvůli obohacení datlemi. Kvalita chlebů se již nedopočítá. Kvalita sta chlebů by nicméně vycházela $13 + \frac{1}{3}$.

M24: vyrobit 200 chlebů kvality x a 10 džbánů piva kvality y z 15 měřic tak, aby $y = \frac{x}{10}$

$1 \div \frac{1}{10} = 10$

$10 \cdot 10 = 100$

$100 + 200 = 300$

$300 \div 15 = 20 = x$

$\frac{1}{10} \cdot 20 = 2 = y$

V tomto případě je zadán počet žádaných chlebů a džbánů piva a poměr mezi kvalitami obou produktů. Řešení odpovídá vztahu $\frac{200}{x} + \frac{10}{y} = 15$, tedy $\frac{200}{x} + \frac{100}{x} = 15$. Jako první se získá kvalita chleba, potom je již snadné spočítat kvalitu piva.

Mísení a změna kvality hotového produktu

Změna kvality či mísení hotových produktů vyžadovala spočítání kvality výsledné směsi. Takovým výpočtem se zabývá jedna úloha v Rhindově papyru a jedna úloha v moskevském papyru. Praktický význam takových příkladů je zcela nepochybný.

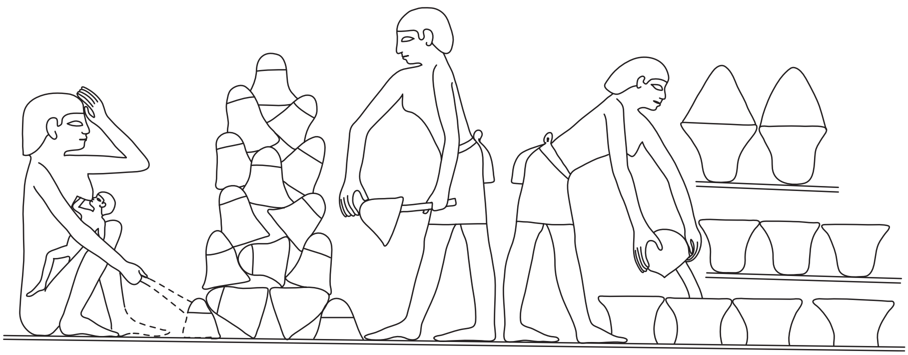
R71: čtvrtina džbánu piva byla odlita a doplněna vodou

$1 \div 2 = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \mathit{\frac{1}{4}} + \mathit{\frac{1}{8}}$

$1 \div (\frac{1}{4} + \frac{1}{8}) = 2 + \frac{2}{3}$

Nejprve se spočítá množství obilí, z něhož se uvařil zadaný džbán piva (kvality 2), což je polovina měřice. Od tohoto množství se odečte odlitá čtvrtina. Výsledné pivo tedy bylo uvařeno z $\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ měřice obilí, což odpovídá kvalitě $2 + \frac{2}{3}$.



Pečení chlebů. Sedící žena s nemluvnětem na klíně prohrabuje oheň pod hliněnými chlebovými formami, které na sebe skládá její pomocnice. Třetí žena plní rozehřáté formy přichystaným těstem. Hrobka Nianchchnuma a Chnumhotepa v Sakkáře, 6. dynastie

M21: 20 chlebů z $\frac{1}{8}$ měřice, 40 chlebů z $\frac{1}{16}$ měřice, každý chléb v průměru odpovídá x měřicím

$\frac{1}{8} \cdot 20 = 2 + \frac{1}{2}$ měřice

$\frac{1}{16} \cdot 40 = 2 + \frac{1}{2}$ měřice

$2 + \frac{1}{2} + 2 + \frac{1}{2} = 5$

$20 + 40 = 60$

$5 \div 60 = \frac{1}{16}$ měřice $= x$

Nejprve se spočítá množství obilí odpovídající oběma kvalitám chlebů. Jejich součet udává celkové množství obilí použité k výrobě zadaného obětního pečiva. Když se potom obilí vydělí celkovým počtem chlebů, vyjde průměrné množství na jeden chléb z celkového počtu, tedy $\frac{1}{12}$ měřice. Písař však ve výsledku chyboval.

Srovnání chlebů různých kvalit

Další skupina úloh v Rhindově matematickém papyru srovnává počet chlebů rozdílných kvalit. Úlohy přitom ukazují dvě různé metody řešení tohoto problému, a to buď s využitím množství obilí potřebného k výrobě chlebů, nebo vzájemného poměru mezi oběma kvalitami chlebů.

R73: 100 chlebů kvality 10 odpovídá x chlebům kvality 15

$$100 \div 10 = 10$$
$$10 \cdot 15 = 150 = x$$

Nejprve se stanoví množství mouky, ze kterého se vyrobily chleby první kvality. Poté se snadno spočítá, na kolik chlebů kvality 15 toto množství vystačí.

R72: 100 chlebů kvality 20 odpovídá x chlebům kvality 45

$$45 - 10 = 35$$
$$35 \div 10 = 3 + \frac{1}{2}$$
$$100 \cdot (3 + \frac{1}{2}) = 350$$
$$350 + 100 = 450 = x$$

V tomto případě se stejný problém počítá složitější metodou, a to přes rozdíl kvalit obou druhů chlebů. Tento rozdíl, tedy 35, vyžaduje upravení kvality koeficientem $3+\frac{1}{2}$, čili pro kvalitu 45 se vyrobí o 350 chlebů více než pro původní kvalitu. Tento výpočet je oproti předchozímu příkladu složitější, na druhou stranu však nabízí druhou možnost řešení téže úlohy.

R74: 1 000 chlebů kvality 5 odpovídá x chlebům kvality 10 a y chlebům kvality 20

$$1\,000 \div 5 = 200$$
$$\frac{1}{2} \cdot 200 = 100$$
$$100 \cdot 10 = 1\,000 = x$$
$$100 \cdot 20 = 2\,000 = y$$

V této úloze se zadané chleby přepočítávají na dvě jiné kvality chlebů. Nejprve se spočítá množství mouky potřebné na výrobu zadaného chleba.

Na každou novou kvalitu potom připadne stejné množství, tedy polovina z této mouky. Určit počet výsledných chlebů je již snadné.

R75: 155 chlebů kvality 20 odpovídá x chlebům kvality 30

$155 \div 20 = 7 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

$(7 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) \cdot 30 = 232 + \frac{1}{2}$

Úloha je podobná příkladu R73, avšak čísla, s nimiž se zde počítá, nejsou tak výhodná.

R76: 1 000 chlebů kvality 10 odpovídá x chlebům kvality 20 a x chlebům kvality 30

$1\,000 \div 10 = 100$ měřic

$\frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{2+\frac{1}{2}}{30}$

$30 \div (2 + \frac{1}{2}) = 12$

$100 \cdot 12 = 1\,200 = x$

Zadání se podobá úloze R74, avšak z výpočtu vyplývá, že na rozdíl od ní se v tomto případě má vyrobit stejný počet chlebů obou kvalit. Nejprve se spočítá množství mouky, které odpovídá zadaným chlebům. Potom se pokračuje podle vztahu $100 = \frac{1}{20}x + \frac{1}{30}x$, čili $x = 100 \div \frac{1}{12}$. V závěru je ještě uvedeno, kolik mouky se spotřebuje na každou kvalitu chlebů, tedy 60 měřic na kvalitu 20 a 40 měřic na kvalitu 30.

Srovnání chleba a piva různých kvalit

Obdobně jako se v předchozí skupině srovnávaly různé kvality chlebů, bylo možné stejným způsobem porovnat chleba vůči pivu. Tyto příklady můžeme najít v Rhindově a moskevském papyru. Postup řešení všech těchto úloh využívá množství obilí či mouky potřebné k výrobě zadaných produktů.

R77: 10 džbánů odpovídá x chlebům kvality 5

$10 \div 2 = 5$

$5 \cdot 5 = 25 = x$

Kvalita zadaného piva není výslovně uvedena, z výpočtu však plyne, že byla rovna 2. Pivo odpovídá 5 měřicím mouky, z nichž lze vyrobit 25 chlebů požadované kvality.

R78: 100 chlebů kvality 10 odpovídá x džbánům piva kvality 2

$100 \div 10 = 10$

$10 \cdot 2 = 20 = x$

V tomto příkladu je zadání obrácené. Nejprve se stanoví množství mouky potřebné k výrobě zadaných chlebů a v dalším kroku se spočítá počet odpovídajících džbánů piva.

M5: 100 chlebů kvality 20 odpovídá x džbánům piva kvality 4

$100 \div 20 = 5$

$\frac{1}{2} \cdot 5 = 2 + \frac{1}{2}$

$(2 + \frac{1}{2}) \cdot 4 = 10 = x$

Stejně zadaná úloha navíc počítá s úpravou kvality piva, což je operace typická pro moskevský papyrus. Nejprve se spočítá množství obilí či mouky potřebné k výrobě zadaných chlebů. Toto množství se potom vydělí dvěma, protože pivo se obohacuje datlemi. Jinými slovy, počet džbánů, které svou hodnotou odpovídají zadaným chlebům, se vyrobí z polovičního množství obilí. Jejich počet je potom snadné stanovit.

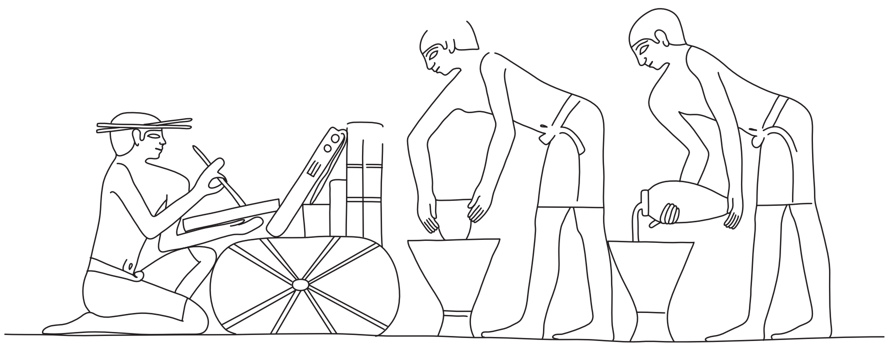
M8: 100 chlebů kvality 20 odpovídá x džbánům piva kvality 4

$100 \div 20 = 5$

$\frac{1}{5} \cdot 5 = 2 + \frac{1}{2}$

$(2 + \frac{1}{2}) \cdot 4 = 10 = x$

Tento příklad je totožný s úlohou M5. Zadání i řešení se nijak neliší, jediným rozdílem jsou trochu odlišné formulace v popisu řešení úlohy.



Písař zapisuje množství vyrobeného chleba a piva, které před ním ukládají do připravených nádob představený skladů chleba a představený skladů piva. Nikauisesiho hrobka v Sakkáře, 6. dynastie

Počítání hodnoty piva

Dva příklady v moskevském matematickém papyru přepočítávají pivo vyrobené z ječmene na určité množství pšenice odpovídající hodnoty. Přitom cena měřice pšenice odpovídá ceně $2+\frac{1}{2}$ měřice ječmene. Postup řešení se v obou příkladech liší, první příklad při výpočtu využívá celkové množství obilí potřebné na vyrobení zadaných produktů, zatímco druhý příklad se řeší přes množství připadající na jednotlivý bochník.

M16: 1 džbán piva kvality 2 má hodnotu x měřic pšenice

$1 \div 2 = \mathit{\frac{1}{2}}$ měřice

$\frac{1}{2} \cdot 2 = 1$ měřice

$1 \div (2 + \frac{2}{3}) = \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$

$(\frac{1}{4} + \frac{1}{8}) \cdot 1$ měřice $= \mathit{\frac{1}{4}} + \mathit{\frac{1}{8}}$ měřice $= x$

První dva kroky výpočtu počítají množství ječmene, z něhož se vyrobí zadaný džbán piva obohacený o obvyklý přídavek datlí. Výsledná měřice se poté vydělí zadaným poměrem mezi hodnotou pšenice a ječmene a výsledek se nakonec převede na zlomky Horova oka.

M20: 1 000 chlebů kvality 20 má hodnotu x měřic pšenice

$(2 + \frac{2}{3}) \div 20 = \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3}$

$\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot 1\,000 = 133 + \frac{1}{3}$ měřice $= x$

$133 + \frac{1}{3} = \mathit{133} + \mathit{\frac{1}{4}} + \mathit{\frac{1}{16}} + \mathit{\frac{1}{64}}$ měřice $+ \frac{2}{3}$ *ro*

První krok vyjadřuje hodnotu pšenice vůči každé jednotce ječmene. Výsledkem se potom vynásobí zadaný počet chlebů. Takto se vyjádří množství pšenice v určitém množství ječmene, které odpovídá zadanému množství chlebů. Nakonec se výsledek převede na měřice, přičemž pro vyjádření $\frac{1}{3}$ měřice se využívá znalostí, jež jsou zachyceny na dřevěných tabulkách z Achmímu (viz oddíl I.3).

I.11 Staroegyptská matematika

Znalosti staroegyptských písařů musely být větší, než jak je zachycují stránky matematických papyrů. Texty, které ze starého Egypta známe a jež máme možnost zkoumat, byly převážně určeny k výuce egyptských písařů, a zachycují tedy základní znalosti vyučované v písařských školách.

Rhindův matematický papyrus byl příručkou, podle které snad mohlo probíhat vyučování ve staroegyptské písařské škole. Jde o nejrozsáhlejší matematický text ze starého Egypta, který zachycuje nejen nejvíce úloh, ale také poskytuje největší rozmanitost, co se týče řešených matematických problémů i témat popisovaných slovních úloh. Obsah Rhindova papyru je uspořádán tematicky a témata jsou řazena podle obtížnosti tak, jak postupně probíhala výuka, od počítání se zlomky až po prakticky zaměřené úlohy připravující žáčky na písařskou praxi. Některé úlohy počítají s poměrně obtížnými hodnotami, např. zlomky se jmenovatelem v řádech stovek či dokonce tisíců. Rozdílná forma určitých typů úloh naznačuje, že příklady v Rhindově papyru mohou pocházet z několika různých předloh.

Moskevský matematický papyrus rovněž souvisel s výukou matematiky. Zdá se, že předloha, podle níž byl opsán, měla procvičit znalosti některého školáka podobou testu. Příklady zahrnují celou škálu obtížnosti a jsou uspořádány tak, že se různé matematické problémy střídají. Hodnoty, se kterými se v moskevském papyru počítá, jsou vesměs přívětivé.

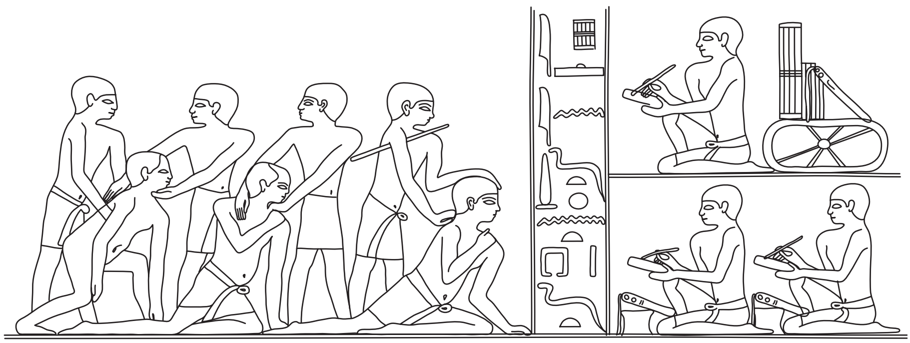
Káhúnské papyry i zlomky papyru z berlínského muzea jsou příliš špatně dochovány na to, abychom mohli usoudit něco více o jejich povaze. Z formálního hlediska i svými tématy nicméně blízce připomínají úlohy z Rhindova a moskevského papyru a není třeba pochybovat, že původně byly součástí podobných sbírek úloh.

Za pozornost stojí, že se v různých textech setkáváme se zcela totožnými úlohami, např. M4 a R51. Lze tedy usuzovat, že mohly existovat určité vzorové soubory příkladů doporučené k výuce, a že tedy autoři našich dochovaných textů mohli každý ve své době a v místě svého působení čerpat z podobných pramenů.

Přestože texty popsané a přeložené v této knížce jsou nejstaršími dochovanými matematickými texty ze starého Egypta, znalosti v nich zachycené musejí být mnohem starší. Matematické znalosti se formovaly na počátku egyptských dějin ve stejné době, kdy se vytvářelo písmo a pokládal se základ nejstaršího egyptského státu. Počátky egyptské matematiky souvisely s potřebou organizace a správy rodící se země.

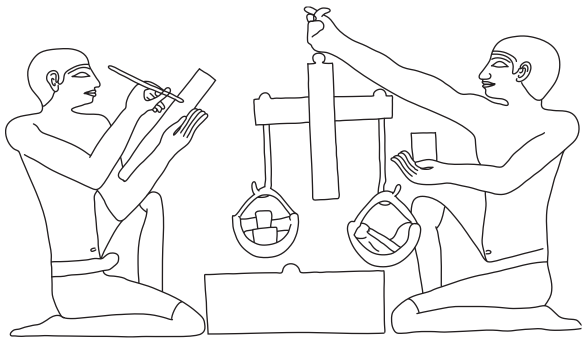
Hospodářství vyžadovalo pravidelnou kontrolu úrody, počítání výše odváděných daní v závislosti na výši každoročních nilských záplav; s tím souviselo přeměřování polí a odhadování objemu úrody, jež se měla sklidit a uložit v sýpkách. Hlavním účelem veškerého snažení byla centralizovaná kontrola a redistribuce vešekeré produkce země. Proto museli egyptští písaři velmi záhy zvládnout řešení nejrůznějších algebraických i geometrických problémů. Základním předpokladem přitom bylo dokonalé ovládnutí číselného systému, zlomků a matematických operací, jimž se věnuje nemalá část dochovaných textů. Úlohy počítající sklon pyramid nebo jejich objem se jistě řešily nejpozději na počátku 4. dynastie (27. století př. Kr.).

Dochované texty zachycují nejběžnější znalosti egyptských písařů, které byly zapotřebí k běžné administrativní práci. Na vyobrazeních v egyptských hrobkách ze všech období můžeme spatřit důstojné písaře sepisující záznamy o všem, co se děje – počínaje sklizní a úrodou a konče ukládáním hotových výrobků pohřební výbavy do hrobky majitele. Stejně probíhala byrokratická praxe na všech úrovních egyptské společnosti od vesnických komunit až po státní paláce a velké chrámy. Výmluvným svědkem o každodenní písařské rutině je množství dochovaných účetních záznamů, které do nejmenších podrobností zachycovaly chod státních institucí i menších statků.



Správci statků jsou v poníženém postavení přiváděni k vyúčtování; čelí přitom hrubému zacházení dozorců. Písaři pořizují podrobný záznam o celé záležitosti. Cejova hrobka v Sakkáře, 5. dynastie

V závislosti na postavení písaře a povinnostech, které musel ve svém úřadu plnit, se zvyšovaly také nároky na jeho znalosti. Písaři tvořili elitu egyptské společnosti a potřeby jejich úřadů přirozeně přímo souvisely s mírou vzdělání nad základní rámec. Určitou představu o povinnostech významnějších úředníků, kteří zodpovídali za organizování lidí, plánování prací, za stavby královských hrobek a dalších památek, poskytují nepřímo samotné monumenty. Výmluvnější náznak můžeme najít v jednom dopisu z Nové říše[19] (13./12. stol. př. Kr.), kde autor oslovuje svého kolegu písaře a snaží se poukázat na nedostatek jeho znalostí tím, že mu předkládá úlohy k řešení. Tento satirický dopis, ačkoli není matematickým textem, odhaluje celou škálu znalostí, jež patřily k požadavkům na úspěšné plnění úřednické práce. Zmiňované úkoly zahrnují hloubení jezírka, postavení rampy, vztyčení sochy, přepravu obelisku, vybavení a zaopatření vojenské výpravy, ale také například znalost asijské geografie.



Vážení kovové suroviny. Vlevo sedící písař pečlivě zapisuje údaje, které jeho kolega odměřuje na vahách. Kaemrehova hrobka v Sakkáře, 5. dynastie

Egyptská matematika měla praktický náboj a vycházela z potřeb staroegyptské společnosti. Většina příkladů, které jsou popsány v dochovaných matematických textech, je zadána v podobě slovních úloh, jež odkazují na rozmanité momenty každodenního života starých Egypťanů a poodhalují roušku rutinní úřednické práce. Za praktickým zadáním úloh se však neskrývají skutečné případy. Podíváme-li se na příklady blíže, je patrné, že se ve většině případů jedná o teoretické úlohy s konkrétní formou. Potvrzují to nejen čísla, která se v úlohách objevují (např. složité rozklady zlomků pro rozdělování chlebů), ale také skutečnost, že některé skupiny úloh počítají stejný problém zadaný z různých hledisek. Tak tomu je například v případě počítání obsahů plochy, objemů těles a sklonu pyramid.

Co však v textech zcela chybí, jsou obecně formulovaná pravidla. Určité náznaky teoretických úvah se nicméně projevují ve výpočtech obsahu rovnoramenného trojúhelníku ve frázi „abys udal jeho obdélník“ či v úloze R61B, kde se praví „ať se počítá podobně pro každý lichý zlomek, který se vyskytne“ (podobně také v úloze R66).

[19]Tento text je znám pod názvem papyrus Anastasi I a je uložen v Britském muzeu v Londýně (BM 10247). A. H. Gardiner, *Egyptian Hieratic Texts*, Leipzig 1911.

Texty, které jsou zahrnuty v této knížce, nám neprozrazují, jak daleko zašli staroegyptští písaři ve svém poznání zákonitostí matematiky. Dochované příklady se omezují na úlohy spojené s výukou, které na jedné straně ukazují velkou rozmanitost problémů i metod počítání a prezentují matematiku v kontextu administrativních potřeb společnosti, na druhé straně však nevěnují pozornost obecně platným pravidlům, definicím, tvrzením a jejich důkazům. Můžeme se domnívat, že systém zápisu čísel a především zlomků mohl přispět k určitému omezení vývoje matematického vědění, či k jeho stagnaci na určité úrovni. Zároveň však nemůžeme zcela vyloučit, že v chrámových knihovnách, kde se shromažďovaly, uchovávaly a opisovaly rukopisy obsahující vědění z různých oborů, se učení kněží a písaři zabývali jinou úrovní matematiky. Snad kvůli silně prakticky zaměřené povaze staroegyptské společnosti však nebylo myslitelné teoretické vědění všeobecně šířit, jelikož pro vykonávání úřednických povinností plně postačovalo umět používat analogie naučených příkladů.

Část II

Překlady hieratických matematických textů

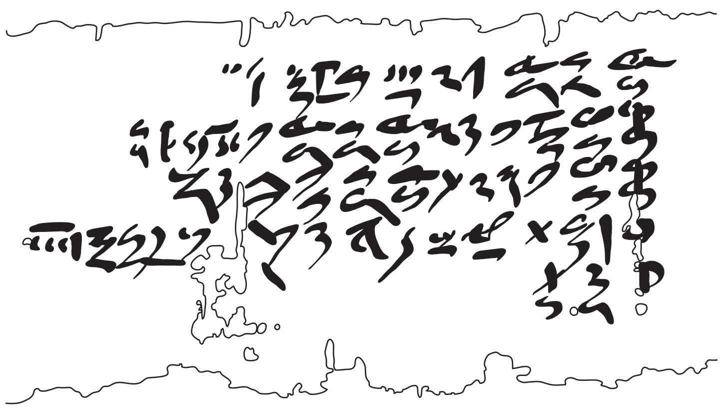
II.1 Moskevský matematický papyrus

Papyrus pochází z pohřebiště v Dra Abú en-Naga v oblasti dnešního Luxoru, kde jej roku 1892/93 nebo 1893/94 zakoupil V. S. Goleniščev.[20] Od roku 1921 je rukopis uložen v Puškinově muzeu krásných umění v Moskvě (inv. č. 4676).

Moskevský papyrus byl sepsán za 13. dynastie, některé formy hieratických značek nicméně naznačují, že jeho předloha mohla pocházet již z doby 12. dynastie.

Původní rozměry svitku se odhadují na 544×8 cm, dnes však sestává z jednoho většího kusu o 11 listech a z 9 malých fragmentů.

Text je uspořádán do 45 sloupců, z nichž každý obsahuje nejvýše 8 řádků písma. Sloupce jsou v překladu vyznačeny římskými číslicemi. Na papyru je zapsáno 25 matematických úloh, které mají jednotnou formu a některé z nich se opakují.



Literatura:

V. V. Struve, *Mathematischer Papyrus des Staatlichen Museums der schönen Künste in Moskau*, O. Neugebauer, J. Stenzel, O. Toeplitz (Hg.), Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik, Abteilung A: Quellen, Bd1, Berlin 1930

A. Imhausen, *Rechnungen aus dem Niltal – Probleme ägyptischer Mathematik am Beispiel des mathematischen Papyrus Moskau*, diplomová práce, Freie Universität Berlin 1996

[20] V. S. Goleniščev, egyptolog ruského původu, ze svých četných cest do Egypta přivezl množství starožitností, které dnes tvoří součást sbírky moskevského muzea. Po revoluci se do vlasti již nikdy nevrátil.

M1

I

. . . co vstoupí. . .

. . . co vstoupí. . .

. . . vyjde 5

. . .

M2

II

Metoda výpočtu kormidla z. . .

Řekne-li se ti: kormidlo z. . .

Udej mi. . .

. . .

M3

III

Metoda výpočtu stěžně ze dřeva *aš*.

Řekne-li se ti: stěžeň ze dřeva *aš*, 30 loktů

dlouhý. [Jaká je $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{5}$ jeho délky?] Spočítej $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{5}$ z těch 30,

[vyjde 16. . . hle, získal jsi]

[hledanou délku. Nalezl jsi] správně.

M4

IV

[Metoda] výpočtu (obsahu) trojúhelníkové plochy.

[Řekne-li se ti:] trojúhelník, jehož výška je 10

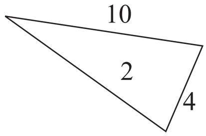
a základna 4. Udej mi (obsah)

jeho plochy. Spočítej $\frac{1}{2}$ ze 4, je to 2,

pro udání jeho obdélníku. Počítej s 10 2krát,

vyjde 20. To je (obsah) jeho plochy.

V



1	4	1	[10]
$\frac{1}{2}$	2	\2	[20]

M5

VI

Metoda výpočtu 100 chlebů (kvality) 20

Řekne-li se ti: 100 chlebů (kvality) 20
převést na pivo kvality 4.
[$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ Spočítej] podíl
[těch 100 chlebů] (kvality) 20, vyjde 5.
[Počítej s $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$, až najdeš 1,
vyjde $\frac{1}{2}$.]

VII

Spočítej
$\frac{1}{2}$ z 5, vyjde
$2\frac{1}{2}$. Počítej
s $2\frac{1}{2}$ 4krát,
vyjde 10.
Hle, to je příslušné pivo.
Nalezl jsi správně.

M6

VIII

Metoda výpočtu pravoúhelníku

Řekne-li se ti: pravoúhelník o (obsahu) plochy ⟨12⟩, kde $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ z délky
přísluší šířce.
Počítej s $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$, až najdeš 1, vyjde 1 $\frac{1}{3}$.
Počítej s těmito 12, což je (obsah) plochy, 1 $\frac{1}{3}$krát, vyjde 16.

Spočítej odmocninu (z toho), vyjde 4 pro délku, $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$, je to 3, pro šířku. Postup:

4		\1	4
$\boxed{12}$	3	\2	16

M7

IX

Metoda výpočtu trojúhelníku.

Řekne-li se ti: trojúhelník o (obsahu) plochy 2, s poměrem stran 2 $\frac{1}{2}$. Zdvojnásob (obsah) plochy, vyjde 40. Počítej (s tím) 2 $\frac{1}{2}$krát, vyjde 100. Spočítej (z toho) odmocninu, vyjde 10. Proveď 1 $\div$ 2 $\frac{1}{2}$, to, co vyjde, je $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{15}$. Spočítej to z 10, vyjde 4.

Je to 10 na délku, 4 na šířku.

M8

X

Metoda výpočtu 100 chlebů (kvality) 20.

Řekne-li se ti: 100 chlebů (kvality) 20

převést na pivo, jež má kvalitu 4;

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ sladu pro datle.

Spočítej podíl těch 100 chlebů kvality 20,

vyjde *5*. Počítej s $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ sladu

pro datle, až najdeš 1, vyjde $\frac{1}{2}$.

XI

Spočítej $\frac{1}{2}$ z 5, vyjde *2* $\frac{1}{2}$.

Počítej s *2* $\frac{1}{2}$ 4krát,

vyjde 10. Toto (tedy) řekni:

Hle, to je příslušné pivo. Nalezl jsi správně.

M9

XII

Metoda výpočtu měřic hornoegyptského ječmene na chleba a pivo.

Řekne-li se ti: *16* měřic hornoegyptského ječmene převést na 100 chlebů (kvality) 20,

zbytek na pivo (kvality) 2

4

6

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ sladu pro datle.

XIII

Spočítej podíl těch 100 chlebů (kvality) 20,

vyjde 5 měřic hornoegyptského ječmene. Spočítej zbytek

z těch *16* měřic hornoegyptského ječmene, vyjde *11* měřic hornoegyptského ječmene.

Řekni mu: *11* měřic hornoegyptského ječmene je to, co se převede na

XIV

pivo (kvality) 2

4

6

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ sladu pro

datle.

XV

Spočítej podíl toho, co má kvalitu 2, vyjde $\frac{1}{2}$.

Spočítej podíl toho, co má kvalitu 4, vyjde $\frac{1}{4}$.

Spočítej podíl toho, co má kvalitu 6, vyjde $\frac{1}{6}$.

Sečti to, vyjde $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$.

Počítej s $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$ 2krát, neboť bylo řečeno:

XVI

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ sladu

pro datle,

vyjde 1 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$.

Počítej s 1 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$,

až najdeš těch 11,

XVII

jež vyšly jako zbytek z těch *16* měřic hornoegyptského ječmene za těmi

5 měřicemi hornoegyptského ječmene,

vyjde 6. Řekni mu: hle, to je to, co mu bylo přineseno pro všechny kvality.

Je to 6 džbánů piva, co jsi udal pro všechny kvality.

Nuže poznej to: to je to, co jsi nalezl.

Postup. Nalezl jsi správně.

M10

XVIII

Metoda výpočtu koše.

Řekne-li se ti: koš ⟨o 4 $\frac{1}{2}$⟩ v *tep-r*

ku 4 $\frac{1}{2}$ na *adž*. Nuže,

udej mi jeho plochu. Spočítej

$\frac{1}{9}$ z 9, neboť koš

je $\frac{1}{2}$. . . , vyjde 1.

XIX

Spočítej zbytek, je to 8.

Spočítej $\frac{1}{9}$ z 8,

vyjde $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{18}$. Spočítej

zbytek z těch 8 za

těmi $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{18}$, vyjde 7 $\frac{1}{9}$.

XX

Počítej se 7 $\frac{1}{9}$ 4 $\frac{1}{2}$krát,

vyjde 32. Hle, toto je jeho plocha.

Nalezl jsi správně.

M11

XXI

Metoda počítání prací výrobce *peḥdžu*.

Řekne-li se ti: práce výrobce *peḥdžu*.

Množství jeho práce jako výrobce *peḥdžu* je 100,

jež odpovídají 5 dlaním.

Udělá z toho *peḥdžu*

odpovídající 4 dlaním. Počítej s těmi 5 dlaněmi v mocnině, vyjde 25. Počítej s těmi 4 dlaněmi v mocnině, vyjde 16.

XXII
Počítej s těmi 16, až najdeš 25,
vyjde $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{16}$. Počítej se 100 tolikrát,
vyjde 156 $\frac{1}{4}$. Řekni mu: Hle,
to je *peḥdžu*, které přinesl, odpovídající 4 dlaním.
Nalezl jsi správně.

M12

XXIII

Metoda výpočtu *13* měřic hornoegyptského ječmene.

Řekne-li se ti: *13* měřic hornoegyptského ječmene převést na
18 džbánů piva, je-li sladu
stejně jako datlí. Hle,
sladu je stejně jako datlí,
(tedy) 2 $\frac{1}{6}$. Počítej s 2 $\frac{1}{6}$, až
najdeš těch *13*. Hle, bylo řečeno 13,
to je těch *13* měřic. Vyjde 6krát.
XXIV
Počítej se 6, až najdeš 18,
vyjde 3krát. Hle, to je
kvalita 3. Nalezl jsi správně.

M13

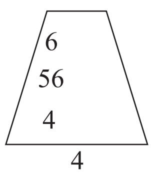
XXIV

Metoda výpočtu *16* měřic hornoegyptského ječmene.

Převést na 100 chlebů (kvality) 20, zbytek na
pivo (kvality) 2
4
6
XXV
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ sladu pro datle.
Spočítej podíl těch 100 chlebů (kvality) 20,
vyjde *5*. Spočítej zbytek ze *16*

za *5*, vyjde *11*. Proveď
dělení 1 těmi velikostmi kvalit,
vyjde $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$. Počítej s $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$ 2krát,
XXIV
neboť bylo řečeno: $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ sladu pro datle,
vyjde 1 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{6}$. Počítej s těmi 1 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{6}$, až
najdeš *11*, vyjde 12krát. Řekni mu:
toto je příslušné pivo. Nalezl jsi správně.

M14
XXVII
Metoda výpočtu ⏢
Řekne-li se ti: ⏢ o výšce 6,
dolní základně 4 a horní základně 2.
Spočítej tyto 4 v mocnině, vyjde 16.
Zdvojnásob 4, vyjde 8.
Spočítej tyto 2 v mocnině, vyjde 4.
XXVIII
Sečti těch 16
s těmi 8 a těmi 4,
vyjde 28. Spočítej
$\frac{1}{3}$ z 6, vyjde 2. Počítej
s 28 2krát, vyjde 56.
Hle, je to 56. Nalezl jsi správně.
XXIX
2 přijde 4



1 28
2 $\frac{1}{3}$ 2 56

přijde 16, 8 celkem 28.

M15

XXX

Metoda výpočtu *10* měřic hornoegyptského ječmene.

Řekne-li se ti: *10* měřic hornoegyptského ječmene

převést na pivo, jež má kvalitu 2.

Nuže, udej mi (množství)

piva. Počítej s těmi 10

2krát, vyjde 20. Hle,

(je to) 20 džbánů piva. Nalezl jsi správně.

M16

XXXI

Metoda výpočtu džbánu piva kvality 2.

Řekne-li se ti: džbán piva kvality 2,

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ sladu pro datle, převést na

pšenici, odměřit 2 $\frac{2}{3}$. Spočítej

potřebu toho džbánu kvality 2,

vyjde $\frac{\mathit{1}}{\mathit{2}}$. Počítej s tím 2krát,

vyjde 1. Počítej s 2 $\frac{2}{3}$, až najdeš 1,

XXXII

vyjde $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$. Spočítej

$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ z 1, vyjde $\frac{\mathit{1}}{\mathit{4}}$ $\frac{\mathit{1}}{\mathit{8}}$.

Řekni mu: hle, to je ono.

Nalezl jsi správně.

M17

XXXIII

Metoda výpočtu trojúhelníku.

Řekne-li se ti: trojúhelník, jehož (obsah) plochy je 20.

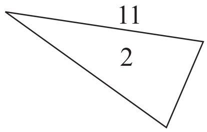
Udáš-li jeho délku, udej $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{15}$, to bude na šířku.

Zdvojnásob 20, vyjde 40.

Počítej s $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{15}$, až najdeš 1, vyjde 2 $\frac{1}{2}$krát.

Počítej se 40 2 $\frac{1}{2}$krát, vyjde 100. Spočítej odmocninu z toho, XXXIV

vyjde 10. Hle, je to 10 na délku. Spočítej $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{15}$
z 10, vyjde 4. Hle, je to 4 na šířku.
Nalezl jsi správně.



$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{15}$ 4

	40	[2]2
1	40	
\2	80	
\[$\frac{1}{2}$]	20,	celkem 100, odmocnina 10

M18

XXXV

Metoda výpočtu části látky (o rozměrech) 5 (loktů) 5 dlaní a 2 dlaně: přepočíst na plochu.
Řekne-li se ti: pruh látky (o rozměrech) 5 (loktů) 5 dlaní a 2 dlaně: přepočíst na plochu.
Udej mi tedy (obsah) jeho plochy. Převeď
těch 5 (loktů) a 2^{sic} dlaní na dlaně, vyjde 35, jako těch 5,
vyjde 10, jako ten pruh. Počítej s $31^{sic(35)}$ a s 10 80krát.

M19

XXXVI

Metoda výpočtu množství. To, co se spočítá 1 $\frac{1}{2}$krát se
4 tak, aby to přišlo k 10, je množství, o kterém se hovoří.
Spočítej velikost těch 10 nad těmi 4, vyjde 6.
Počítej s 1 $\frac{1}{2}$, až najdeš 1, vyjde $\frac{2}{3}$. Spočítej
$\frac{2}{3}$ z těch 6, vyjde 4. Hle, 4 je to,
oč se jedná. Nalezl jsi správně.

M20

XXXVII

Metoda výpočtu 1 000 chlebů (kvality) 20.

Řekne-li se ti: 1 000 chlebů (kvality) 20, převést na pšenici.

Udej mi (množství) pšenice. Počítej: vyděl 20, až najdeš 2 $\frac{2}{3}$,

vyjde $\frac{1}{5}$ ze $\frac{2}{3}$. Spočítej $\frac{1}{5}$ ze $\frac{2}{3}$ z těch 1 000, vyjde 133 $\frac{1}{3}$.

Převeď to na měřice hornoegyptského ječmene, vyjde *133* $\mathit{\frac{1}{4}}$ $\mathit{\frac{1}{16}}$ $\mathit{\frac{1}{64}}$

a $\frac{2}{3}$ *ro*.

M21

XXXVIII

Metoda výpočtu mísení obětního chleba.

Řekne-li se ti: 20 odměřit $\mathit{\frac{1}{8}}$, 40 odměřit $\mathit{\frac{1}{16}}$.

Spočítej $\frac{1}{8}$ z 20, neboť $\mathit{\frac{1}{8}}$ je $\frac{1}{8}$,

vyjde 2 $\frac{1}{2}$. Spočítej $\frac{1}{16}$ ze 40, neboť

$\mathit{\frac{1}{16}}$ je $\frac{1}{16}$, vyjde 2 $\frac{1}{2}$. Sečti

obojí, vyjde 5. Sečti

XXXIX

obojí, vyjde 60. Proveď dělení $5 \div 60$,

vyjde $\frac{1}{16}^{\mathit{sic}}$. Hle, smícháno $\frac{1}{16}$. Nalezl jsi správně.

M22

XL

Metoda výpočtu *10* měřic hornoegyptského ječmene.

Řekne-li se ti: *10* měřic hornoegyptského ječmene

převést na 100 chlebů, není-li známa jejich kvalita,

zbytek na 10 (džbánů) piva (kvality) 2; $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ sladu pro datle.

Hle, $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ sladu pro datle.

Hle, je to 2, spočítej podíl těch 10 džbánů piva (kvality) 2,

vyjde *5*. Spočítej zbytek těch 10 za těmi *5* měřicemi hornoegyptského

ječmene,

XLI

vyjde *5*. Počítej s těmi $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ sladu pro datle, až najdeš 1.

Hle, $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ sladu pro datle a (kvalita) je 2. Vyjde $\frac{1}{2}$. Spočítej $\frac{1}{2}$ z 5,

vyjde *2* $\frac{1}{2}$.

M23

XLII

Metoda počítání prací výrobce sandálů.

Řekne-li se ti: práce výrobce sandálů: když řeže,

je to 10 za den; když dokončuje, je to 5 za den.

Když řeže i dokončuje, kolik udělá

za den? Sečti dobu těch 10 s těmi 5,

vyjde celkem 3. Počítej s tím, až najdeš 10, vyjde 3 $\frac{1}{3}$krát.

Hle, 3 $\frac{1}{3}$krát je to pro jeden den. Nalezl jsi správně.

M24

XLIII

Metoda výpočtu *15* měřic hornoegyptského ječmene.

Řekne-li se ti: *15* měřic hornoegyptského ječmene převést na 200 chlebů,

zbytek na 10 (džbánů) piva tak, aby kvalita piva byla $\frac{1}{10}$ kvality chleba.

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ sladu pro datle. Počítej s $\frac{1}{10}$, až najdeš 1,

vyjde 10krát. Počítej s těmi 10 džbány piva

10krát, vyjde 100. Sečti těch 100 a těch 200,

vyjde 300. Počítej s *15*, až najdeš 300, vyjde 20krát.

XLIV

Hle, 20 je kvalita těch 100 chlebů.

Spočítej $\frac{1}{10}$ z těch 20, vyjde 2.

Hle, těch 10 džbánů piva má kvalitu 2.

Nalezl jsi správně.

M25

XLV

Metoda výpočtu množství. To, co se spočítá 2krát ⟨a jednou⟩ se 4 tak,
aby to přišlo k 9,
je to, o čem se hovoří. Sečti to množství a ty dvě,
vyjde 3. Počítej s těmi 3, až najdeš 9, vyjde 3krát.
Hle, 3 je to, o čem se hovoří. Nalezl jsi správně.

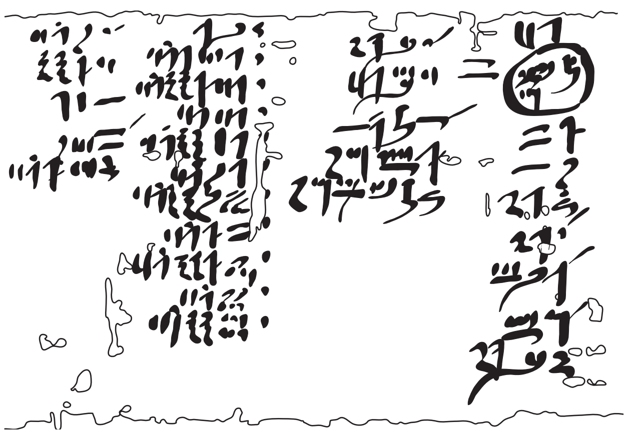
II.2 Fragmenty papyrů nalezené v Káhúnu

Několik zlomků papyru nesoucích matematické výpočty bylo nalezeno při vykopávkách v pyramidovém městě Káhúnu během roku 1889 spolu s mnoha dalšími texty nejrůznějšího charakteru. Papyry s matematickými výpočty jsou dnes uloženy v Petrieho muzeu egyptské archeologie na University College London (UC32118B, UC32134A, UC32134B, UC32159, UC32160, UC32161, UC32162).

Texty je možné datovat do 12. dynastie, protože káhúnské sídliště bylo úzce spjato s pyramidovým komplexem panovníka Senusreta II. v Láhúnu a prokazatelně bylo opuštěno nejpozději na sklonku 12. dynastie.

Matematické výpočty se dochovaly na pěti zlomcích papyru, které jsou popsány jen z jedné strany. V některých případech se jedná o palimpsest. Největší z těchto fragmentů měří $41 \times 14,2$ cm.

Dochovalo se 8 úloh řešících různé matematické problémy. Písmo je dosud celkem dobře čitelné, zlomky jsou však na mnoha místech poničeny a některé z výpočtů jsou tak špatně dochovány, že není možné je plně rekonstruovat.



Literatura:
F. L. Griffith, *Hieratic Papyri from Kahun and Gurob (Principally of the Middle Kingdom)*, London 1898

K1

2	3	$\frac{2}{3}$	2				
	5	$\frac{1}{3}$	$1\ \frac{2}{3}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{3}$		
	7	$\frac{1}{4}$	$1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$	$\frac{1}{28}$	$\frac{1}{4}$		
	9	$\frac{1}{6}$	$1\ \frac{1}{2}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{2}$		
	11	$\frac{1}{6}$	$1\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{6}$	$\frac{1}{66}$	$\frac{1}{6}$		
	13	$\frac{1}{8}$	$1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{8}$	$\frac{1}{52}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{104}$	$\frac{1}{8}$
	15	$\frac{1}{10}$	$1\ \frac{1}{2}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{2}$		
	17	$\frac{1}{12}$	$1\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{12}$	$\frac{1}{51}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{68}$	$\frac{1}{4}$
	19	$\frac{1}{12}$	$1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{12}$	$\frac{1}{76}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{114}$	$[\frac{1}{6}]$
	21	$\frac{1}{14}$	$1\ \frac{1}{2}$	$\frac{1}{42}$	$\frac{1}{2}$		

K2

12

1365 $\frac{1}{3}$ 8

$\frac{2}{3}$	8
$\frac{1}{3}$	4
celkem	16
\ 1	16
\10	160
\ 5	80
celkem	256

\1	256
2	512
\4	1024
$\frac{2}{3}$	85 $\frac{1}{3}$
celkem	1365 $\frac{1}{3}$

K2'

110
13 $\frac{2}{3}\ \frac{1}{12}$
12 $\frac{2}{3}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{12}$
12 $\frac{1}{12}$
11 $\frac{1}{6}\ \frac{1}{12}$
10 $\frac{1}{3}\ \frac{1}{12}$
9 $\frac{1}{3}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{12}$
8 $\frac{2}{3}\ \frac{1}{12}$
7 $\frac{2}{3}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{12}$
7 $\frac{1}{12}$
6 $\frac{1}{6}\ \frac{1}{12}$

\1	$\frac{1}{3}\ \frac{1}{12}$
2	$\frac{2}{3}\ \frac{1}{6}$
4	$1\ \frac{2}{3}$
\8	$3\ \frac{1}{3}$
celkem	$3\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{12}$

K3

925 157 $\frac{1}{3}$
7 . . . 8 453 $\frac{1}{3}$
7 . . . 9 533 $\frac{1}{3}$
5 . . . 98 $\frac{2}{3}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{16}$
47 . . . 42 $\frac{2}{3}$

$44 \ldots 3\ \frac{1}{6}$
$209\ 2 \ldots$
$\frac{1}{12}$

K4

$\frac{1}{2} \ldots \frac{1}{4}$, zbytek [5].
Kdo to říká? Spočítej [velikost 1]
za $\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$, vyjde $\frac{1}{4}$. Počítej s $\frac{1}{4}$,
až najdeš 1, vyjde 4krát.
Počítej s 5 4krát, vyjde 20.
20 to říká.

K5

Metoda počítání toho, co je v knihách
…
…
…z těch…
Počítej s těmi 40 3krát,
vyjde 120. Spočítej
$\frac{1}{10}$ ze 120, vyjde 12.
Počítej s tou $\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$, až najdeš 1,
vyjde $1\ \frac{1}{3}$krát. Počítej
s těmi 12 $1\ \frac{1}{3}$krát, vyjde 16.
Spočítej odmocninu (z toho), je to 4. Spočítej
$\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$ ze 4, vyjde 3.
Vyjde 10 pravoúhelníků 4 ku 3 loktům.

K6

Počítání produkce drůbeže.
Potřeba produkce: 100 (kusů) drůbeže,
konečné vyúčtování z této potřeby drůbeže.

husy	8	[3]
ptáci *cerep*	4	[3]
ptáci *dedžen*	2	[3]
kachny ostralky	1	[3]

odečíst 1. . . ,
zbytek 11. Spočítej velikost 100
za 45, vyjde 55. Počítej
s těmi 11, až najdeš 55,
vyjde 5krát.
Udej [mi. . .] je to
množství. . . ptáků, tedy 6.
Počítej. . . 8,
vyjde. . .
[Zdvojnásob] těch 5,
vyjde 10. Velikost. . .
celkem 100. To je to, co přijde.

K7

. . .
Nuže zvolej: Nalezl jsi správně.

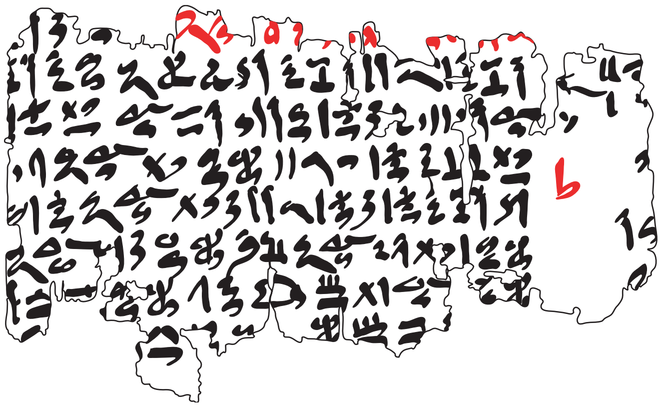
K8

. . .
Když ti člověk řekne:. . .
je to 2. Umocni $\frac{1}{4}$. Spočítej. . .
je to $\frac{1}{2}$, zbytek je 1. Spočítej. . .
. . .

II.3 Fragmenty papyru z muzea v Berlíně

Malé zlomky papyru, jež jsou uloženy v muzeu v Berlíně (č. 6619), byly pravděpodobně objeveny v Thébách v oblasti dnešního Luxoru.

Oba zlomky, z nichž větší měří pouhých $14,5 \times 14,2$ cm, jsou z obou stran popsány matematickými úlohami. Dochovaly se ve velmi špatném stavu, takže ani jedna ze 4 úloh na nich zapsaná není úplná. Svým charakterem však text připomíná ostatní sbírky příkladů, které se používaly v písařských školách.



Literatura:

H. Schack-Schackenburg, „Der Berliner papyrus 6619“, *Zeitschrift für ägyptische Sprache und Altertumskunde* 38 (1900), s. 135–140

H. Schack-Schackenburg, „Das kleinere Fragment des Berliner Papyrus 6619“, *Zeitschrift für ägyptische Sprache und Altertumskunde* 40 (1902), s. 65–66

B1

Jiný... Řekne-li se ti: [100] je množství [a $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ z]
prvního množství je pro druhé. Nuže, udej mi [obě množství]
Spočítej pravoúhelník z prvního a spočítej $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ z jedné. [Spočítej]
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ z prvního množství pro druhé, vyjde $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$. Spočítej to [pro druhé množství.]
Tedy první množství je 1 a druhé $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$. Přidej celé první ke druhému, sečti je,
vyjde 1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}^{sic}$ $\frac{1}{16}$. Spočítej odmocninu z toho, vyjde 1 $\frac{1}{4}$. Spočítej odmocninu ze 100,
vyjde [10]. Počítej s 1 $\frac{1}{4}$, až najdeš 10, vyjde 8krát. [To je první množství.]
Spočítej $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ z 8, vyjde [6, to je druhé množství.]

B2

...odměny. Řekne-li se ti:
...60 plných měřic hornoegyptského ječmene, 2 plné měřice pšenice,
...27 měřic hornoegyptského ječmene, 60 měřic pšenice. Celkem
...Nuže odpočítej mi cenu hornoegyptského ječmene.

B3

...Spočítej odmocninu ...6 $\frac{1}{4}$ ...
...tyto 2 $\frac{1}{2}$. Spočítej zbytek ...
...Spočítej...krát ...
...loktů...řekl odmocnina...
...3 k tomuto počítání ...
...z 12, které to říkají. Nalezl jsi [správně.]
...

B4

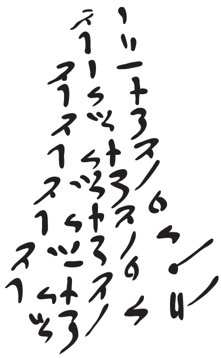
...přičti to k pšenici...

II.4 Dřevěné tabulky nalezené v Achmímu

Dvě dřevěné tabulky pocházejí z Achmímu ve středním Egyptě. Dnes jsou uloženy ve sbírce Egyptského muzea v Káhiře pod čísly CG 25367 a 25368 (JdE 26442, 26441).

Text na tabulkách je možné datovat přibližně do 12. dynastie, a to na základě písma a některých osobních jmen, jež byla v té době běžná.

Tabulky měří $47,5 \times 25$ cm a $46,5 \times 26$ cm. V horní části jsou vyvrtány malé otvory, kterými mohl být prostrčen provázek sloužící k upevnění. Povrch tabulek je z obou stran pokryt tenkou vrstvou vyhlazeného štuku, jenž skýtal dobré podmínky pro psaní. Štuk je místy poškrábaný či oprýskaný. Dochovaný text pokrývá obě strany obou tabulek a zahrnuje seznamy jmen služebníků z pomocného personálu, téměř nečitelný zbytek dopisu a 14 matematických výpočtů.



Literatura:

G. Daressy, *Catalogue générale des Antiquités égyptiennes du Musée de Caire. Ostraca*, Cairo 1901, s. 95–96

G. Daressy, „Calculs égyptiens du Moyen-empire“, *Recueil de travaux relatifs a la philologie et a l'archéologie égyptiennes et assyriennes* 28 (1906), s. 62–72

T. E. Peet, „Arithmetic in the Middle Kingdom“, *Journal of Egyptian Archaeology* 9 (1923), s. 91–95

H. Vymazalová, „The wooden tablets from Cairo: the use of the grain unit *ḥkꜣt* in Ancient Egypt“, *Archiv orientální* 70 (2002), s. 27–42

M. Gardner, „Akhmim wooden tablet“ [online příspěvek] (2005) dostupný na http://akhmimwoodentablet.blogspot.com/

25367/1

1	13	
10	130	
20	260	
2	26	
4	52	
$\frac{1}{13}$	1	
$\frac{1}{8}$ $\frac{1}{52}$ $\frac{1}{104}$	2	
$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{26}$ $\frac{1}{52}$	4	
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{13}$ $\frac{1}{26}$	8	
1	$\mathit{\frac{1}{16}}$ $\mathit{\frac{1}{64}}^{sic}$	4 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{13}$ $\frac{1}{26}$
2	$\mathit{\frac{1}{8}}$ $\mathit{\frac{1}{32}}^{sic}$ $\mathit{\frac{1}{64}}$	4 $\frac{1}{13}$ $\frac{1}{52}$ $\frac{1}{104}$
4	$\mathit{\frac{1}{4}}$ $\mathit{\frac{1}{16}}^{sic}$ $\mathit{\frac{1}{32}}$ $\mathit{\frac{1}{64}}$	3

25367/2

1	7	
10	70	
20	140	
40	280	
2	12^{sic}	
4	24^{sic}	
$\frac{1}{7}$	1	
$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{28}$	2	
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{14}$	4	
1	$\mathit{\frac{1}{8}}$ $\mathit{\frac{1}{64}}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{14}$
2	$\mathit{\frac{1}{4}}$ $\mathit{\frac{1}{32}}$	1 $\frac{1}{4}$ [$\frac{1}{7}$ $\frac{1}{28}$]

25367/3

[1	13
10	130
20	260
2	26

4	52	
$\frac{1}{13}$	1]	
$\frac{1}{8}$ $\frac{1}{52}$ $\frac{1}{104}$	2	
$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{26}$ $\frac{1}{52}$	4	
$\backslash\frac{1}{2}$ $\frac{1}{13}$ $\frac{1}{26}$	8	
1	$\frac{1}{16}$	4 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{13}$ $\frac{1}{26}$
[2	$\frac{1}{8}$ $\frac{1}{32}^{sic}$]	4 $\frac{1}{13}$ $\frac{1}{52}$ $\frac{1}{104}$
4	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{32}$ $\frac{1}{64}$	2^{sic} $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{13}$ $\frac{1}{104}$
8	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{32}$ $\frac{1}{64}$	1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{26}$ $\frac{1}{104}$

25368/4

1	11	
10	1[10]	
20	2[20]	
2	22	
4	44	
8	88	
$\frac{1}{11}$	1	
$\backslash$1	$\frac{1}{16}$ $\frac{1}{64}$	4 $\frac{1}{11}$
$\backslash$2	$\frac{1}{8}$ $\frac{1}{32}$ $\frac{1}{64}$	3 $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{66}$
4	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{32}$ $\frac{1}{64}$	1^{sic} $\frac{1}{33}$
[$\backslash$8	$\frac{1}{2}$] $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{32}$	2 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{22}$ $\frac{1}{66}$

25368/5

1	[7]
10	70
20	140
40	280
2	12^{sic}
4	24^{sic}
$\frac{1}{7}$	1
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{14}$	2^{sic}

1	$\frac{1}{8}$ $\frac{1}{64}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{14}$
2	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{32}$	1 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{28}$
4	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{16}$	2 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{14}$ [$\frac{1}{28}$]

25368/6

1	$\frac{1}{3}$			
2	$\frac{2}{3}$			
4	1 $\frac{1}{3}$			
$\frac{1}{64}$	1 $\frac{2}{3}$			
$\frac{1}{32}$	3 $\frac{1}{3}$			
$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{64}$	1 $\frac{2}{3}$		
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{32}$	3 $\frac{1}{3}$		
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{64}$	1 $\frac{2}{3}$	
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{32}$	3 $\frac{1}{3}$	
$\backslash 1$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{64}$	1 $\frac{2}{3}$
$\backslash 2$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{32}$	3 $\frac{1}{3}$

25368/7

1	13
10	130
2	26
4	52

25368/8

1	11
10	110
20	220
2	12^{sic}
4	24^{sic}
8	[88]
[$\frac{1}{11}$	1]

$\backslash 1$	$\mathit{\frac{1}{16}\ \frac{1}{64}}$	$4\ \frac{1}{11}$
$\backslash 2$	$\mathit{\frac{1}{8}\ \frac{1}{32}\ \frac{1}{64}}$	$3\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{66}$
4	$\mathit{\frac{1}{4}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{32}\ \frac{1}{64}}$	$1^{sic}\ \frac{1}{33}$
$[\backslash 8$	$\mathit{\frac{1}{2}}]\ \mathit{\frac{1}{8}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{32}}$	$2\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{22}\ \frac{1}{66}$

25368/9

1	11	
10	110	
20	220	
2	22	
4	44	
8	88	
$\frac{1}{11}$	1	
$\backslash 1$	$\mathit{\frac{1}{16}\ \frac{1}{64}}$	$4\ \frac{1}{11}$
$\backslash 2$	$\mathit{\frac{1}{8}\ \frac{1}{32}\ \frac{1}{64}}$	$3\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{66}$
4	$\mathit{\frac{1}{4}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{32}\ \frac{1}{64}}$	$1^{sic}\ \frac{1}{33}$
$\backslash 8$	$\mathit{\frac{1}{2}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{32}}$	$2\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{22}\ \frac{1}{66}$

25368/10

1	7	
10	70	
20	140	
2	12^{sic}	
4	24^{sic}	
$\frac{1}{7}$	1	
$\frac{1}{4}\ \frac{1}{28}$	2	
$\frac{1}{2}\ \frac{1}{14}$	4	
$\backslash 1$	$\mathit{\frac{1}{8}\ \frac{1}{64}}$	$[\frac{1}{2}\ \frac{1}{7}\ \frac{1}{14}]$
$\backslash 2$	$\mathit{\frac{1}{4}\ \frac{1}{32}}$	$1\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{7}\ \frac{1}{28}$
$\backslash 4$	$\mathit{\frac{1}{2}\ \frac{1}{16}}$	$2\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ [\frac{1}{14}\ \frac{1}{28}]$

25368/11

1	11	
10	110	
20	220	
2	22	
4	44	
8	88	
[$\frac{1}{11}$	1]	
\1	$\frac{1}{16}$ $\frac{1}{64}$	4 $\frac{1}{11}$
\2	$\frac{1}{8}$ $\frac{1}{32}$ $\frac{1}{64}$	3 $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{66}$
4	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{32}$ $\frac{1}{64}$	1 ^{sic} $\frac{1}{33}$
\8	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{32}$	2 $\frac{2}{3}$ [$\frac{1}{22}$ $\frac{1}{66}$]

25368/12

1	$\frac{1}{3}$	
2	$\frac{2}{3}$	
4	1 $\frac{1}{3}$	
$\frac{1}{64}$	1 $\frac{2}{3}$	
$\frac{1}{32}$	3 $\frac{1}{3}$	
$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{64}$	1 $\frac{2}{3}$
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{32}$	3 $\frac{1}{3}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$ $\frac{1}{64}$	1 $\frac{2}{3}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$ $\frac{1}{32}$	3 $\frac{1}{3}$
\1	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{64}$	1 $\frac{2}{3}$
\2	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{32}$	3 $\frac{1}{3}$

25368/13

1	7
10	70
20	140
40	280
2	12^{sic}

4	24^{sic}	
$\frac{1}{7}$	1	
$\frac{1}{4}\ \frac{1}{28}$	2	
$\frac{1}{2}\ \frac{1}{14}$	4	
1	$\mathit{\frac{1}{8}\ \frac{1}{64}}$	$\frac{1}{2}\ \frac{1}{7}\ \frac{1}{14}$
2	$\mathit{\frac{1}{4}\ \frac{1}{32}}$	$1\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{7}\ \frac{1}{28}$
[4	$\mathit{\frac{1}{2}}]\ \mathit{\frac{1}{16}}$	$2\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{14}\ [\frac{1}{28}]$

25368/14

1	10	
10	100	
20	200	
2	20	
1	$\mathit{\frac{1}{16}\ \frac{1}{32}}$	2
\2	$\mathit{\frac{1}{8}\ \frac{1}{16}}$	4
4	$\mathit{\frac{1}{4}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{64}}$	3
\8	$\mathit{\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{32}\ \frac{1}{64}}$	1

II.5 Rhindův matematický papyrus

Nejznámější staroegyptský matematický papyrus byl nalezen v Ramesseu v oblasti dnešního Luxoru; tam jej roku 1858 zakoupil sběratel starožitností A. H. Rhind.[21] Dva velké fragmenty papyru jsou uloženy v Britském muzeu v Londýně (BM 10057, BM 10058) a několik malých zlomků se dostalo do brooklynského muzea.

Papyrus byl sepsán za vlády hyksóského panovníka Auserrea Apopiho z 15. dynastie (16. stol. př. Kr.), avšak jeho předloha se datuje do vlády Nimaatrea Amenemheta III. z 12. dynastie (19. stol. př. Kr.).

Celková délka papyru pro spojení obou větších fragmentů je 513 cm, přitom sestává ze 14 listů širokých 38–40 cm. Text je celkem dobře čitelný. Celý povrch papyru byl vyhrazen matematickým výpočtům, jež jsou uspořádány do tematických okruhů, avšak nezachovávají zcela jednotnou formu. Výpočtům předchází červeně psaný titul obsahující údaje o době sepsání, stáří předlohy a písaři, který byl opsáním textu pověřen.

Literatura:

A. Eisenlohr, *Ein mathematisches Handbuch der alten Aegypter*, Leipzig 1877

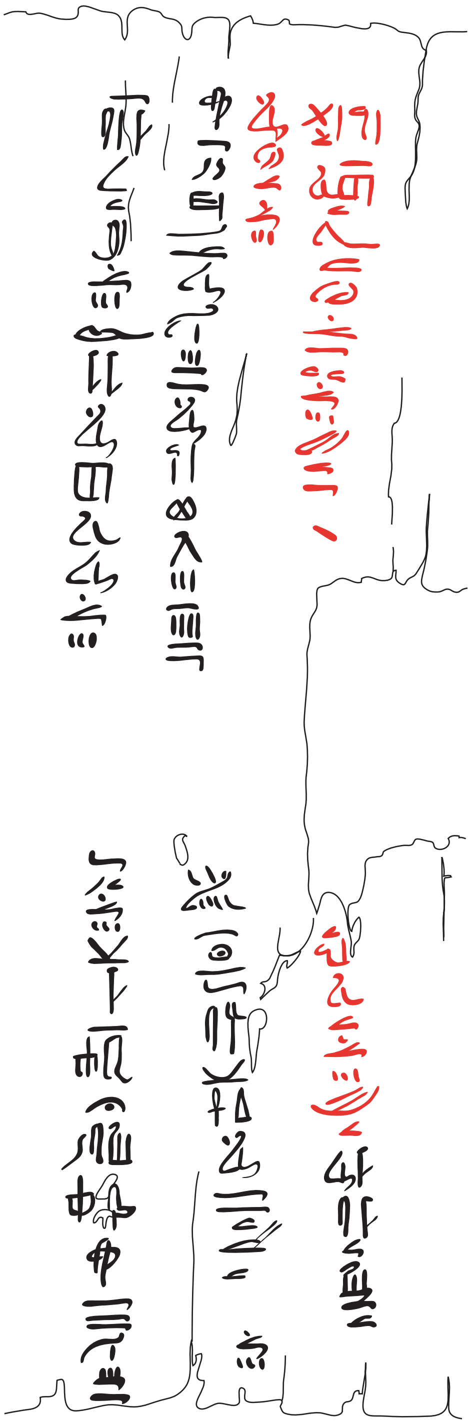
T. E. Peet, *The Rhind Mathematical Papyrus, British Museum 10057 and 10058. Introduction, Transcription, Translation and Commentary*, London 1923

A. B. Chace, *The Rhind Mathematical Papyrus: Free Translation and Commentary with Selected Photographs, Translations, Transliterations and Literal Translations*, Classics in Mathematics Education 8, Oberlin 1927–1929, reprint 1979

G. Robins, Ch. Shute, *The Rhind Mathematical Papyrus. An Ancient Egyptian Text*, London 1990

L. Guggenbuhl, „The New York fragments of the Rhind mathematical papyrus“, *Mathematics Teacher* 57 (1964), s. 406–410

[21] Britský právník Alexander Henry Rhind během svých cest do Egypta (1855–56, 1856–57) projevil značný zájem o staroegyptské památky. Podařilo se mu shromáždit pozoruhodnou sbírku zahrnující také několik významných papyrů. Po jeho smrti připadla část jeho sbírky muzeím v Edinburghu a Londýně.



Pravidla pro proniknutí do věcí, pro poznání všeho, co je, [všech] záhad, . . . , všeho skrytého.

Tento svitek byl opsán 33. roku, 4. měsíce období záplav . . . [za vlády krále Horního] a Dolního Egypta Auserrea, obdařeného životem, podle staré

knihy sepsané v době [krále Horního a Dolního Egypta Nimaatrea]; písař Ahmose to byl, kdo sepsal tento opis.

Vyděl $2 \div 3$ $\quad \frac{2}{3} \cdot 2$ $\quad$ řešení:

$\cdot \quad 5 \qquad \frac{1}{3} \cdot \; 1\;\frac{2}{3} \qquad \frac{1}{15} \cdot \; \frac{1}{3} \qquad 1 \quad 5 \qquad \backslash\frac{2}{3} \cdot \; 1\;\frac{1}{3}$

$\frac{2}{3} \quad 3\;\frac{1}{3} \qquad \backslash\frac{1}{15} \quad \frac{1}{3}$

$\cdot \quad 7 \qquad \frac{1}{4} \cdot \; 1\;\frac{1}{2}\;\frac{1}{4} \qquad \frac{1}{28} \cdot \; \frac{1}{4}$

$\frac{1}{2} \quad 3\;\frac{1}{2} \qquad 1 \quad 7$

$\backslash\frac{1}{4} \quad 1\;\frac{1}{2}\;\frac{1}{4} \qquad 2 \quad 14$

$\backslash 4 \quad 28 \qquad \frac{1}{4} \quad \backslash 4 \quad 28$

$\cdot \quad 9 \qquad \frac{1}{6} \cdot \; 1\;\frac{1}{2} \qquad \frac{1}{18} \cdot \; \frac{1}{2}$

$\frac{2}{3} \quad 6$

$\frac{1}{3} \quad 3$

$\backslash\;\frac{1}{6} \quad 1\;\frac{1}{2}$

$\backslash\frac{1}{18} \quad \frac{1}{2}$

$[\cdot \quad 11] \qquad \frac{1}{6} \cdot \; 1\;\frac{2}{3}\;\frac{1}{6} \qquad \frac{1}{66} \cdot \; \frac{1}{6}$

$\ldots$

$\ldots$

$\ldots$

$\backslash 6 \quad 66 \quad \frac{1}{6}$

$\cdot \quad 13 \qquad \frac{1}{8} \cdot \; 1\;\frac{1}{2}\;\frac{1}{8} \qquad \frac{1}{52} \cdot \; \frac{1}{4} \qquad \frac{1}{104} \cdot \; \frac{1}{8}$

$\frac{1}{2} \quad 6\;\frac{1}{2}$

$\frac{1}{4} \quad 3\;\frac{1}{4} \qquad \backslash 4 \quad \frac{1}{52} \quad \frac{1}{4}$

$\backslash\frac{1}{8} \quad 1\;\frac{1}{2}\;\frac{1}{8} \qquad \backslash 8 \quad \frac{1}{104} \quad \frac{1}{8}$

$\cdot \quad 15 \qquad \frac{1}{10} \cdot \; 1\;\frac{1}{2} \qquad \frac{1}{30} \cdot \; \frac{1}{2}$

$\backslash\frac{1}{10} \quad 1\;\frac{1}{2}$

$\backslash\frac{1}{30} \quad \frac{1}{2}$

Vyděl 2 $\div 17$ $\quad \frac{1}{12} \cdot 1\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{12} \quad \frac{1}{51} \cdot \frac{1}{3} \quad \frac{1}{68} \cdot \frac{1}{4}$

řešení:

1	17	$\frac{1}{3}$	$5\ \frac{2}{3}$	$\backslash\frac{1}{12}$	$1\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{6}$	1	17	3	51	$\frac{1}{3}$
$\frac{2}{3}$	$11\ \frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$2\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{3}$	$\backslash$zbytek	$\frac{1}{3}\ \frac{1}{4}$	2	34	4	68	$\frac{1}{4}$

$\cdot\ 19$ $\quad \frac{1}{12} \cdot 1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{12} \quad \frac{1}{76} \cdot \frac{1}{4} \quad \frac{1}{114} \cdot \frac{1}{6}$

$\frac{2}{3}$	$12\ \frac{2}{3}$	1	19		1	19	
$\frac{1}{3}$	$6\ \frac{1}{3}$	2	38		2	36	
$\frac{1}{6}$	$3\ \frac{1}{6}$	4	76	$\frac{1}{4}$	4	76	
$\frac{1}{12}$	$1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{12}$, zbytek $\frac{1}{4}\ \frac{1}{6}$		zbytek $\frac{1}{6}$	celkem	$\backslash 6$	114	$\frac{1}{6}$

$\cdot\ 21$ $\quad \frac{1}{14} \cdot 1\ \frac{1}{2} \quad \frac{1}{42} \cdot \frac{1}{2}$

$\frac{2}{3}$	14	$1\ \frac{1}{2}$
2	42	$\frac{1}{2}$

$\cdot\ 23$ $\quad \frac{1}{12} \cdot 1\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{4} \quad \frac{1}{276} \cdot \frac{1}{12}$

$\frac{2}{3}$	$15\ \frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$	$1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{6}$	$\backslash 10$	230
$\frac{1}{3}$	$7\ \frac{2}{3}$	zbytek	$\frac{1}{12}$	$\backslash\ 2$	46
$\frac{1}{6}$	$3\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{3}$	1	23	$\backslash$celkem	$276\ \frac{1}{12}$

$\cdot\ 25$ $\quad \frac{1}{15} \cdot 1\ \frac{2}{3} \quad \frac{1}{75} \cdot \frac{1}{3}$

	$\backslash\frac{1}{15}$	$1\ \frac{2}{3}$
$\backslash 3$	$\frac{1}{75}$	$\frac{1}{3}$

$\cdot\ 27$ $\quad \frac{1}{18} \cdot 1\ \frac{1}{2} \quad \frac{1}{54} \cdot \frac{1}{2}$

$\backslash\frac{2}{3}$	$\frac{1}{16}$	$1\ \frac{1}{2}$
$\backslash 2$	$\frac{1}{54}$	$\frac{1}{2}$

Vyděl 2 $\div 29$ $\quad \frac{1}{24} \cdot 1\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{24} \quad \frac{1}{58} \cdot \frac{1}{2} \quad \frac{1}{174} \cdot \frac{1}{6} \quad \frac{1}{232} \cdot \frac{1}{5}$

řešení:	$\backslash 1$	$\frac{1}{24}$	$1\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{24}$	$\backslash 6$	$\frac{1}{174}$	$\frac{1}{6}$
	$\backslash 2$	$\frac{1}{58}$	$\frac{1}{2}$	$\backslash 8$	$\frac{1}{232}$	$\frac{1}{8}$

$31 \qquad \frac{1}{20} \cdot 1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{20} \qquad \frac{1}{124} \cdot \frac{1}{4} \qquad \frac{1}{155} \cdot \frac{1}{5}$

1	$\frac{1}{20}$	$1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{20}$
$\backslash 4$	$\frac{1}{124}$	$\frac{1}{4}$
$\backslash 5$	$\frac{1}{155}$	$\frac{1}{5}$

$33 \qquad \frac{1}{22} \cdot 1\ \frac{1}{2} \qquad \frac{1}{66} \cdot \frac{1}{2}$

$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{22}$	$1\ \frac{1}{2}$
$\backslash 2$	$\frac{1}{66}$	$\frac{1}{2}$

$35 \qquad \frac{1}{30} \cdot 1\ \frac{1}{6} \qquad \frac{1}{42} \cdot \frac{2}{3}\ \frac{1}{6}$

6	7	5

$\backslash \frac{1}{30}$	$1\ \frac{1}{6}$
$\backslash \frac{1}{42}$	$\frac{2}{3}\ \frac{1}{6}$

$\cdot \quad 37 \qquad \frac{1}{24} \cdot 1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{24} \qquad \frac{1}{111} \cdot \frac{1}{3} \qquad \frac{1}{296} \cdot \frac{1}{8}$

$\frac{2}{3}$	$24\ \frac{2}{3}$	$\frac{1}{12}$	$3\ \frac{1}{12}$	1	37		1	37	
$\frac{1}{3}$	$12\ \frac{1}{3}$	$\backslash \frac{1}{24}$	$1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{24}$	2	74		2	74	
$\frac{1}{6}$	$6\ \frac{1}{6}$	zbytek	$\frac{1}{3}\ \frac{1}{8}$	$\backslash 3$	111	$\frac{1}{3}$	4	148	
				zbytek	$\frac{1}{8}$		$\backslash\ 8$	296	$\frac{1}{8}$

$\cdot \quad 39 \qquad \frac{1}{26} \cdot 1\ \frac{1}{2} \qquad \frac{1}{78} \cdot \frac{1}{2}$

$\backslash \frac{2}{3}$	26	$1\ \frac{1}{2}$
2	78	$\frac{1}{2}$

Vyděl 2 $\div 41 \qquad \frac{1}{24} \cdot 1\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{24} \qquad \frac{1}{246} \cdot \frac{1}{6} \qquad \frac{1}{328} \cdot \frac{1}{8}$

řešení:

$\frac{2}{3}$	$27\ \frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$	$3\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{12}$	1	41	celkem	$\backslash 6$	246	$\frac{1}{6}$
$\frac{1}{3}$	$13\ \frac{2}{3}$	$\backslash \frac{1}{24}$	$1\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{24}$	2	82		$\backslash 8$	328	$\frac{1}{8}$
$\frac{1}{6}$	$6\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{6}$	zbytek	$\frac{1}{6}\ \frac{1}{8}$	$\backslash 4$	164				

43 $\quad \frac{1}{42} \cdot 1\ \frac{1}{42} \qquad \frac{1}{66} \cdot \frac{1}{2} \qquad \frac{1}{129} \cdot \frac{1}{3} \qquad \frac{1}{301} \cdot \frac{1}{7}$

najdi: $\backslash\ \frac{1}{42} \cdot 1\ \frac{1}{42}$

$\backslash 2 \quad \frac{1}{66} \cdot \frac{1}{2}$

$3 \quad \frac{1}{129} \cdot \frac{1}{3}$

$\backslash 7 \quad \frac{1}{301} \cdot \frac{1}{7}$

45 $\quad \frac{1}{30} \cdot 1\ \frac{1}{2} \qquad \frac{1}{90} \cdot \frac{1}{2}$

$\backslash \frac{2}{3} \quad 30 \quad 1\ \frac{1}{2}$

$\backslash 2 \quad 90 \quad \frac{1}{2}$

47 $\quad \frac{1}{30} \cdot 1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{15} \qquad \frac{1}{141} \cdot \frac{1}{3} \qquad \frac{1}{470} \cdot \frac{1}{10}$

najdi: $\frac{1}{30} \quad 1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$

$\backslash\ 3 \quad \frac{1}{141} \quad \frac{1}{3}$

$\backslash 10 \quad \frac{1}{470} \quad \frac{1}{10}$

49 $\quad \frac{1}{28} \cdot 1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4} \qquad \frac{1}{196} \cdot \frac{1}{4}$

najdi: $\frac{1}{28} \quad 1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$

$\backslash\ 4 \quad \frac{1}{196} \quad \frac{1}{4}$

51 $\quad \frac{1}{34} \cdot 1\ \frac{1}{2} \qquad \frac{1}{102} \cdot \frac{1}{2}$ (?)

$\backslash \frac{2}{3} \quad 34 \quad 1\ \frac{1}{2}$

$\backslash 2 \quad 102 \quad \frac{1}{2}$

Vyděl 2 $\div 53 \quad \frac{1}{30} \cdot 1\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{10} \qquad \frac{1}{318} \cdot \frac{1}{6} \qquad \frac{1}{795} \cdot \frac{1}{15}$

řešení: najdi: $\frac{1}{30} \quad 1\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{10} \qquad 1 \quad 53 \qquad \backslash\ 5 \quad 265$

$\backslash 6 \quad \frac{1}{318} \quad \frac{1}{6} \qquad \backslash 10 \quad 530$ celkem $15 \quad 795 \quad \frac{1}{15}$

zbytek $\frac{1}{15}$

55 $\quad \frac{1}{30} \cdot 1\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{6} \qquad \frac{1}{330} \cdot \frac{1}{6}$

najdi: $\backslash \frac{1}{30} \cdot 1\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{6}$

$\backslash 6 \quad \frac{1}{330} \cdot \frac{1}{4}$

$57 \quad \frac{1}{38} \cdot 1\ \frac{1}{2} \qquad \frac{1}{114} \quad \frac{1}{2}$

$\backslash\frac{2}{3} \quad 36 \quad 1\ \frac{1}{2}$

$\backslash 2 \quad 114 \quad \frac{1}{2}$

$59 \quad \frac{1}{36} \cdot 1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{12}\ \frac{1}{18} \qquad \frac{1}{236} \cdot \frac{1}{4} \qquad \frac{1}{531} \cdot \frac{1}{9}$

najdi: $\backslash\frac{1}{36} \quad 1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{12}\ \frac{1}{18}$

$\backslash 4 \quad \frac{1}{236}^{\mathit{sic}} \quad \frac{1}{4} \qquad \backslash 9 \quad 531 \quad \frac{1}{9}$

$61 \quad \frac{1}{40} \cdot 1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{40} \qquad \frac{1}{244} \cdot \frac{1}{4} \qquad \frac{1}{488} \cdot \frac{1}{8} \qquad \frac{1}{610} \cdot \frac{1}{10}$

najdi: $\backslash\frac{1}{40} \quad 1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{40} \qquad \backslash 8 \quad \frac{1}{488} \quad \frac{1}{8}$

$\backslash 4 \quad \frac{1}{244}^{\mathit{sic}} \quad \frac{1}{4} \qquad \backslash 10 \quad \frac{1}{610} \quad \frac{1}{10}$

$63 \quad \frac{1}{42} \cdot 1\ \frac{1}{2} \qquad \frac{1}{126} \cdot \frac{1}{2}$

$\backslash\frac{2}{3} \quad 42 \quad 1\ \frac{1}{2}$

$\backslash 2 \quad \frac{1}{126}^{\mathit{sic}} \quad \frac{1}{2}$

Vyděl 2 $\div 65 \quad \frac{1}{39} \cdot 1\ \frac{2}{3} \qquad \frac{1}{195} \cdot \frac{1}{3}$

řešení: najdi: $\frac{1}{39} \quad 1\ \frac{2}{3}$

$\backslash 3 \quad \frac{1}{195} \quad \frac{1}{3}$

$67 \quad \frac{1}{40} \cdot 1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{20} \qquad \frac{1}{335} \cdot \frac{1}{5} \qquad \frac{1}{536} \cdot \frac{1}{8}$

najdi: $\backslash\frac{1}{40} \quad 1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{20}$

$\backslash 5 \quad \frac{1}{335} \quad \frac{1}{5} \qquad \backslash 8 \quad 536 \quad \frac{1}{8}$

$69 \quad \frac{1}{46} \cdot 1\ \frac{1}{2} \qquad \frac{1}{138} \cdot \frac{1}{2}$

$\backslash\frac{2}{3} \quad 46 \quad 1\ \frac{1}{2}$

$\backslash 2 \quad 138 \quad \frac{1}{2}$

$71 \quad \frac{1}{40} \cdot 1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{40} \qquad \frac{1}{568} \cdot \frac{1}{8} \qquad \frac{1}{710} \cdot \frac{1}{10}$

najdi: $\frac{1}{40} \quad 1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{40}$

$\backslash 8 \quad 568 \quad \frac{1}{8} \qquad \backslash 10 \quad 710 \quad \frac{1}{10}$

73 $\quad \frac{1}{60} \cdot 1\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{20} \qquad \frac{1}{219} \cdot \frac{1}{3} \qquad \frac{1}{292} \cdot \frac{1}{4} \qquad \frac{1}{365} \cdot \frac{1}{5}$

najdi: $\quad \backslash \frac{1}{60} \quad 1\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{20} \qquad \backslash 4 \quad \frac{1}{292}^{sic} \quad \frac{1}{4}$

$\backslash 2 \quad \frac{1}{219}^{sic} \quad \frac{1}{3} \qquad \backslash 5 \quad 365 \quad \frac{1}{5}$

75 $\quad \frac{1}{50} \cdot 1\ \frac{1}{2} \qquad \frac{1}{150} \cdot \frac{1}{2}$

$\backslash \frac{2}{3} \quad 50 \quad 1\ \frac{1}{2}$

$\backslash 2 \quad \frac{1}{150} \quad \frac{1}{2}$

Vyděl 2÷77 $\quad \frac{1}{44} \cdot 1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4} \qquad \frac{1}{308} \cdot \frac{1}{4}$

řešení: najdi: $\quad \backslash \frac{1}{44} \quad 1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$

$\backslash 4 \quad \frac{1}{3[08]}^{sic} \quad \frac{1}{4}$

79 $\quad \frac{1}{60} \cdot 1\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{15} \qquad \frac{1}{237} \cdot \frac{1}{3} \qquad \frac{1}{316} \cdot \frac{1}{4} \qquad \frac{1}{790} \cdot \frac{1}{10}$

najdi: $\quad \frac{1}{60} \quad 1\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{15} \qquad \backslash 4 \quad \frac{1}{416_{sic}}^{sic} \quad \frac{1}{4}$

$\backslash 2 \quad \frac{1}{233_{sic}}^{sic} \quad \frac{1}{3} \qquad \backslash 10 \quad \frac{1}{790}^{sic} \quad \frac{1}{10}$

81 $\quad 54^{sic} \cdot 1\ \frac{1}{2} \qquad \frac{1}{162} \cdot \frac{1}{2}$

$\backslash \frac{2}{3} \quad \frac{1}{54}^{sic} \quad 1\ \frac{1}{2}$

$\backslash 2 \quad 162 \quad \frac{1}{2}$

83 $\quad [\frac{1}{60}] \cdot 1\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{20} \qquad \frac{1}{332} \cdot \frac{1}{4} \qquad \frac{1}{415} \cdot \frac{1}{5} \qquad \frac{1}{498} \cdot \frac{1}{6}$

najdi: $\quad \backslash \frac{1}{60} \quad 1\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{20}$

$\backslash 4 \quad 332 \quad \frac{1}{4}$

$\backslash 5 \quad \frac{1}{415} \quad \frac{1}{5}$

$\backslash 6 \quad \frac{1}{498} \quad \frac{1}{6}$

85 $\quad \frac{1}{51} \cdot 1\ \frac{2}{3} \qquad \frac{1}{255} \cdot \frac{1}{3}$

$1 \quad 85$

najdi: $\quad \backslash 1 \quad 51^{sic} \quad 1\ \frac{1}{2}$

$\backslash 3 \quad 255 \quad \frac{1}{3}$

87 $\frac{1}{58} \cdot 1\ \frac{1}{2}$ $\qquad \frac{1}{174} \cdot \frac{1}{2}$

$\backslash\frac{2}{3}$ $\quad 58 \quad [1]\ \frac{1}{2}$

$\backslash 2$ $\quad \frac{1}{174}^{sic} \quad \frac{1}{2}$

Vyděl 2 $\div 89$ $\frac{1}{60} \cdot [1\ \frac{1}{3}]\ \frac{1}{10}\ \frac{1}{20}$ $\quad \frac{1}{356} \cdot [\frac{1}{4}]$ $\quad \frac{1}{[53]4} \cdot \frac{1}{6}$ $\quad \frac{1}{890} \cdot [\frac{1}{10}]$

řešení: najdi: $60 \quad 1\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{10}\ \frac{1}{20}$ $\quad \backslash 6 \quad 554 \quad \frac{1}{6}$

$\backslash 4 \quad 356 \quad \frac{1}{4}$ $\quad \backslash 10 \quad \frac{1}{890} \quad \frac{1}{10}$

91 $\frac{1}{70} \cdot 1\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{10}$ $\qquad \frac{1}{130} \cdot \frac{2}{3}\ \frac{1}{30}$

najdi: $\frac{1}{70} \quad 1\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{10}$

najdi: $\frac{1}{130} \quad \frac{2}{3}\ \frac{1}{30}$

[9]3 $\frac{1}{62} \cdot 1\ \frac{1}{2}$ $\qquad \frac{1}{186} \cdot \frac{1}{2}$

najdi: $\backslash\frac{1}{62} \qquad 1\ \frac{1}{2}$

$\backslash 2 \quad \frac{1}{186}^{sic} \quad \frac{1}{2}$

95 $\frac{1}{60} \cdot 1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{[1]2}$ $\qquad \frac{1}{380} \cdot [\frac{1}{4}$ $\qquad \frac{1}{5[70]} \cdot [\frac{1}{6}]$

najdi: $60^{sic} \qquad 1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{12}$

$\backslash 4 \quad \frac{1}{380}^{sic} \quad \frac{1}{4}$

$\backslash 6 \quad \frac{1}{570}^{sic} \quad \frac{1}{6}$

97 $\frac{1}{56} \cdot 1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{14}\ \frac{1}{28}$ $\qquad \frac{1}{679} \cdot \frac{[1]}{7}$ $\qquad \frac{1}{77[6]} \cdot [\frac{1}{8}]$

najdi: $\backslash 56^{sic} \quad 1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{14}\ \frac{1}{28}$

$\backslash 7 \quad 679 \quad \frac{1}{7}$

$\backslash 8 \quad 776 \quad \frac{1}{8}$

99 $\frac{1}{66} \cdot 1\ \frac{1}{2}$ $\qquad \frac{1}{19[8]} \cdot \frac{1}{2}$

najdi: $\backslash\frac{2}{3} \quad 66 \quad 1\ \frac{1}{2}$

$2 \quad 198 \quad \frac{1}{2}$

[Vyděl 2 ÷101 $\frac{1}{101}$ · 1] $\frac{1}{202}$ · $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{30[3]}$ · $[\frac{1}{3}]$ $[\frac{1}{606}$ · $\frac{1}{6}]$

řešení: [1 101] \3 303 $\frac{1}{3}$

\2 202 $\frac{1}{2}$ \6 606 $\frac{1}{6}$

$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{3} + [\frac{1}{30}]$
$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{3} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30}$
$\frac{1}{5} + \frac{1}{10}$	$\frac{2}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{30}$
$\frac{1}{3} + \frac{1}{15}$	
$\frac{1}{2}$	
$\frac{1}{2} + \frac{1}{10}$	

R1

Metoda počítání 1 [chleba] pro 10 mužů.

Počítej s $\frac{1}{10}$ 10krát.

Postup: [\2 $\frac{1}{5}$] \8 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{30}$

[4 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{15}$] celkem [1], je to totéž.

R2

Počítání [2 chlebů pro 10 mužů.] Počítej s $\frac{1}{5}$ 10krát. Postup:

[\]2 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{15}$ [\8 1 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{5}$] $\frac{1}{15}$

[4] $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{30}$ [celkem 2, je to totéž.]

R3

Počítání 6 chlebů pro 10 mužů. Počítej s $[\frac{1}{2}]$ $\frac{1}{10}$ 10krát. Postup:

[1 $\frac{1}{2}$] $\frac{1}{10}$ \8 4 $[\frac{2}{3}$ $\frac{1}{10}]$ $\frac{1}{30}$

[\2 1] $\frac{1}{5}$ celkem 6, [je to] totéž.

[4 2] $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{15}$

R4

Počítání 7 chlebů pro 10 mužů. Počítej s
$\frac{2}{3}\ \frac{1}{30}$ 10krát, vyjde 7. Postup:

[1	$\frac{2}{3}\ \frac{1}{30}$]	4	$2\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{10}\ \frac{1}{30}$
[\2	$1\ \frac{1}{3}$] $\frac{1}{15}$	\8	$5\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{10}$

celkem 7 chlebů, je to ono.

R5

Počítání 8 chlebů pro 10 mužů. Počítej
s $\frac{2}{3}\ \frac{1}{10}\ \frac{1}{30}$ 10krát, vyjde 8.

Postup:	1	$\frac{2}{3}\ \frac{1}{10}\ \frac{1}{30}$	\8	$6\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{15}$
	\2	1 [$\frac{1}{2}\ \frac{1}{10}$]	celkem 8 chlebů, je to totéž.	
	[4	3 $\frac{1}{5}$]		

R6

Počítání 9 chlebů pro 10 mužů.

Postup: Počítej s			4	$3\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{10}$
$\frac{2}{3}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{30}$ 10krát.			\8	$7\ \frac{1}{5}$
1	$\frac{2}{3}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{30}$	\2	$1\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{10}\ \frac{1}{30}$	celkem 9 chlebů, je to ono.

R7

Metoda doplňování

1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{28}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{112}$
	7	1		$1\ \frac{1}{2}\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{56}$	celkem	$\frac{1}{2}$	
	$3\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$			

R7B

1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{28}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{56}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{112}$
	$1\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
celkem	$\frac{1}{2}$	

R8

1	$\frac{1}{4}$
	$4\frac{1}{2}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$
	3
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$
	$1\frac{1}{2}$
celkem	$\frac{1}{2}$
	9

R9

1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$ *sic*
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{20}$ *sic*
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{50}$ *sic*
celkem	1	

R10

1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{28}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{7}$	
$\frac{1}{4}$	9^{sic}	
celkem	$\frac{1}{2}$	

R11

1	$\frac{1}{7}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{9}$ *sic*
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{18}$ *sic*
celkem	$\frac{1}{4}$

R12

1	$\frac{1}{9}$ *sic*
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{28}$ *sic*
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{36}$
celkem	$\frac{1}{8}$

R13

1	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{112}$
	$1\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{224}$
	$\frac{1}{2}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{448}$
	$\frac{1}{4}\,\frac{1}{8}\,\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$
celkem	$\frac{1}{8}$	

R14

1	$\frac{1}{18}$ *sic*
	1
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{36}$ *sic*
	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{72}$ *sic*
	$\frac{1}{4}$
celkem	$\frac{1}{16}$

R15

1	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{228}$ *sic*
	$\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{456}$ *sic*
	$\frac{1}{4}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{128}$	$\frac{1}{912}$ *sic*
	$\frac{1}{8}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{32}$	$\frac{1}{32}$
chybně	celkem	$\frac{1}{16}$

R16

1	$\frac{1}{2}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

celkem 1

R17

1	$\frac{1}{3}$	
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{18}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	

celkem $\frac{2}{3}$

R18

1	$\frac{1}{6}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{9}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{18}$

celkem $\frac{1}{3}$

R19

1 $\quad \frac{1}{12}$

$\quad 1\frac{1}{2}$

$\frac{2}{3}$ $\quad \frac{1}{18}$

$\quad 1$

$\frac{1}{3}$ $\quad \frac{1}{36}$

$\quad \frac{1}{2}$

celkem $\frac{1}{6}$

R20

1 $\quad \frac{1}{24}$

$\quad \frac{1}{2}\,\frac{1}{4}$

$\frac{2}{3}$ $\quad \frac{1}{36}$

$\quad \frac{1}{2}$

$\frac{1}{3}$ $\quad \frac{1}{72}$

$\quad \frac{1}{4}$

celkem $\frac{1}{12}$

R21

Řekne se ti: co doplní

$\frac{2}{3}$ $\frac{1}{15}$ do 1?

10 1 celkem 11, zbytek je 4.

Počítej s 15, až najdeš 4.

1 $\quad 15$ $\quad \backslash\frac{1}{15}$ $\quad 1$

$\frac{1}{10}$ $\quad 1\ \frac{1}{2}$ $\quad$ celkem 4

$\backslash\frac{1}{5}$ $\quad 3$ $\quad$ Tedy $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{15}$ se k tomu přičtou

Metoda zkoušky:

doplní se

$\frac{2}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{15}$ $\frac{1}{15}$ k 1.

10 3 1 1

jiné

$\frac{1}{5}$ $\frac{1}{10}$ se přičtou

R22

Co doplní $\frac{2}{3}\ \frac{1}{30}$ do 1?	1	30	Tedy $\frac{1}{5}\ \frac{1}{10}$ se k tomu přičtou,
20 1	$\backslash\frac{1}{10}$	3	doplní se $\frac{2}{3}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{10}\ \frac{1}{30}$ k 1.
celkem jeho velikost je 9	$\backslash\ \frac{1}{5}$	6	20 6 3 1
Počítej s 30, až najdeš 9	celkem 9		

R23

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{45}$	doplnit do $\frac{2}{3}$.
11	5	4	1	1	Tedy $\frac{1}{9}\ \frac{1}{40}$ se k tomu
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$		přičtou, aby to dalo $\frac{2}{3}$.

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{40}$	$\frac{1}{45}$	$\frac{1}{3}$
11	5	5	4	1	1	1	15
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$		
						dají 1.	

R24

Množství, jehož $\frac{1}{7}$ k němu přidaná dá 19.

								Množství	
$\backslash 1$	7	1	8	$\backslash\frac{1}{4}$	2	$\backslash 1$	$2\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{8}$	postup	$16\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{8}$
$\backslash\frac{1}{7}$	1	$\backslash 2$	16	$\backslash\frac{1}{8}$	1	$\backslash 2$	$4\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$	$\frac{1}{7}$	$2\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{8}$,
		$\frac{1}{2}$	4			$\backslash 4$	$9\ \frac{1}{2}$		celkem 19.

R25

Množství, jehož $\frac{1}{2}$ k němu přidaná dá 16.

1	2	$\backslash 1$	3	$\frac{2}{3}$	2	1	$5\ \frac{1}{3}$	postup	Množství 1	$10\ \frac{2}{3}$
$\frac{1}{2}$	1	2	6	$\backslash\frac{1}{3}$	1	$\backslash 2$	$10\ \frac{2}{3}$		$\frac{1}{2}$	$5\ \frac{1}{3}$
		$\backslash 4$	12						celkem	16

R26

Množství, jehož $\frac{1}{4}$ k němu přidaná dá 15. Počítej se 4. Spočítej $\frac{1}{4}$ z toho, tedy 1, celkem 5.

Počítej s 5, až najdeš 15:

$\backslash 1$	5	vyjde 3. Počítej se 3 4krát:							Množství 12
$\backslash 2$	10	1	3	$\backslash 4$	12	1	12		$\frac{1}{4}$ z toho 3,
		2	6	vyjde 12		$\frac{1}{4}$	3	celkem 15	celkem 15.

R27

Množství, jehož $\frac{1}{5}$ k němu přidaná dá 21.

1	5		\1	6		\1	3 $\frac{1}{2}$	
$\frac{1}{5}$	1	celkem 6	\2	12		2	7	Množství 17 $\frac{1}{2}$
			\\$\frac{1}{2}$	3	celkem 21	\4	15^{sic}	$\frac{1}{5}$ z toho 3 $\frac{1}{2}$,
								celkem 21.

R28

$\frac{2}{3}$ se přidají, $\frac{1}{3}$ se ubere, 10 zbyde.

Spočítej $\frac{1}{10}$ z těch 10, vyjde 1, zbytek je 9.

$\frac{2}{3}$ z toho je 6, přidají se k tomu, celkem 15. $\frac{1}{3}$ z toho je 5,

5 je to, co se ubere, zbytek je 10.

Postup:

R29

1	10			
$\frac{1}{4}$	2 $\frac{1}{2}$			
$\frac{1}{10}$	1	celkem 13 $\frac{1}{2}$		
$\frac{2}{3}$	9	celkem 22 $\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	20
$\frac{1}{3}$	7 $\frac{1}{2}$	celkem 30	$\frac{1}{3}$	10

R30

Když ti písař řekne: výsledek $\frac{1}{10}{}^{sic}$ je $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{10}$ z čeho? Ať slyší: Počítej s $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{10}$, až najdeš 10.

\1	$\frac{2}{3}$ $\frac{1}{10}$	S $\frac{1}{30}$ se počítá 23krát, než se najde $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{10}$.
2	1 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{5}$	celkem to množství, o něž se jedná, je 13 $\frac{1}{23}$.
\4	3 $\frac{1}{15}$	
\8	6 $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{30}$	
celkem 13 $\frac{1}{30}$		

	13 $\frac{1}{23}$	
\\$\frac{2}{3}$	8 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{46}$ $\frac{1}{138}$	
\\$\frac{1}{10}$	1 $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{230}$	celkem 10.

R31

Množství, jehož $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{7}$ k němu přidané dají 33.

1	1 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{7}$		
\2	4 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{28}$		
\4	9 $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{18}$ *sic*		
\8	18 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{7}$		
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{14}$		
\\$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{28}$	celkem 32 $\frac{1}{2}$, zbytek $\frac{1}{2}$	
\\$\frac{1}{97}$		$\frac{1}{42}$	1
\\$\frac{1}{56}$ $\frac{1}{679}$ $\frac{1}{776}$		$\frac{1}{21}$	2
\\$\frac{1}{194}$		$\frac{1}{84}$	$\frac{1}{2}$
\\$\frac{1}{388}$		$\frac{1}{168}$	$\frac{1}{4}$

$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{28}$	$\frac{1}{28}$
6	$5\frac{1}{4}$	3	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$

17 $\frac{1}{4}$

3 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ 21 celkem 33.

1	42
$\frac{2}{3}$	28
$\frac{1}{2}$	21
$\frac{1}{7}$	6, celkem 99*sic*

R32

Množství, jehož $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ k němu přidané dají 2.

1	1 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$	228
\\$\frac{2}{3}$	1 $\frac{1}{18}$	152
\\$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{36}$	76
\\$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{72}$	38
\\$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{8}$ $\frac{1}{144}$	19
$\frac{1}{228}$	$\frac{1}{144}$	1
$\frac{1}{114}$	$\frac{1}{72}$	2

celkem 1 $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{114}$ $\frac{1}{228}$ je to množství, o něž se jedná.

$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{18}$ $\frac{1}{171}$ $\frac{1}{342}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{18}$ $\frac{1}{36}$ $\frac{1}{342}$ $\frac{1}{684}$

$\frac{1}{2}$	$[\frac{1}{2}]$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{24}$ $\frac{1}{228}$ $\frac{1}{456}$				
$\frac{1}{4}$	$[\frac{1}{4}]$ $\frac{1}{[2]4}$ $\frac{1}{48}$ $\frac{1}{456}$ $\frac{1}{912}$				
	množství	144	1	12	
	$\frac{1}{3}$	48	2	24	
	$\frac{1}{4}$	36	\4	48	
	celkem	228	\8	96	
			celkem 144		

Metoda zkoušky:

1	1 $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{114}$ $\frac{1}{228}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{18}$ $\frac{1}{36}$ $\frac{1}{342}$ $\frac{1}{684}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{24}$ $\frac{1}{48}$ $\frac{1}{456}$ $\frac{1}{912}$

celkem 1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$, zbytek je $\frac{1}{4}$

$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{114}$	$\frac{1}{228}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{342}$
76	8	4	$50\frac{2}{3}$	$25\frac{1}{3}$	$2\frac{2}{3}$
$\frac{1}{684}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{48}$	$\frac{1}{456}$	$\frac{1}{912}$	
$1\frac{1}{3}$	38	19	2	1	

1	912	
$\frac{1}{2}$	456	
$\frac{1}{4}$	228	celkem 128^{sic} je $\frac{1}{4}$.

R33

Množství, jehož $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{7}$ k němu přidané dají 37.

1	1 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{7}$				
2	4 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{28}$				
4	9 $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{14}$				
8	18 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{7}$				
\16	36 $\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{28}$		
	28	$10\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	1	42
$\frac{2}{3}$	28				
$\frac{1}{2}$	21				
$\backslash\frac{1}{4}$	10 $\frac{1}{2}$				
$\backslash\frac{1}{28}$	1 $\frac{1}{2}$ celkem 40, zbytek je 2				

$\frac{1}{97}$		$\frac{1}{42}$	1
$\backslash\frac{1}{56}$ $\frac{1}{689}$ $\frac{1}{776}$		$\frac{1}{21}$	2
	celkem	37	

Metoda zkoušky:

1	16	$\frac{1}{56}$	$\frac{1}{679}$	$\frac{1}{776}$				
		97	8	7				
$\frac{2}{3}$	10	$\frac{2}{3}$ $\frac{1}{84}$	$\frac{1}{1\,358}$	$\frac{1}{4\,074}$	$\frac{1}{1\,184}$			
		$64\frac{2}{3}$	4	$1\frac{1}{3}$	$4\frac{2}{3}$			
$\frac{1}{2}$	8	$\frac{1}{112}$	$\frac{1}{1\,358}$	$\frac{1}{1\,552}$				
		$48\frac{1}{2}$	4	$3\frac{1}{2}$				
$\frac{1}{7}$	2	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{28}$	$\frac{1}{392}$	$\frac{1}{4\,753}$	$\frac{1}{5\,432}$			
			$13\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{14}\frac{1}{28}$	$1\frac{1}{7}$	1			
	36	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{28}$	zbytek je	$\frac{1}{28}$	$\frac{1}{84}$	
		$3\,621\frac{1}{3}$	$1\,358$	194		194	$64\frac{2}{3}$	

1	5 432	
$\frac{2}{3}$	3 621 $\frac{1}{3}$	
$\frac{1}{2}$	2 716	
$\frac{1}{4}$	1 358	
$\frac{1}{28}$	194	celkem 5 173 $\frac{1}{3}$
		zbytek je 258 $\frac{2}{3}$.

R34

Množství, jehož $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ k němu přidané dají 10.

$\backslash 1$	1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{28}$	$\frac{1}{2}$
2	3 $\frac{1}{2}$	$\backslash\frac{1}{2}$ $\frac{1}{14}$	1
$\backslash 4$	7	celkem je to množství 5 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{14}$	
$\backslash\frac{1}{7}$	$\frac{1}{4}$		

Metoda zkoušky:

$\backslash 1$	5 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{14}$	celkem 9 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$, zbytek je $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$	
$\backslash\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{14}$ $\frac{1}{28}$	$\frac{1}{7}$ $\frac{1}{14}$ $\frac{1}{14}$ $\frac{1}{28}$ $\frac{1}{28}$ $\frac{1}{56}$	$\frac{1}{4}$ je 14
$\backslash\frac{1}{4}$	1 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{28}$ $\frac{1}{56}$	8 4 4 2 2 1	$\frac{1}{8}$ 7, celkem 21.

R35

Vešel jsem 3krát do měřice, se svou $\frac{1}{3}$ jsem byl úplný. Kdo to říká?

Postup:

$\backslash 1$	1				
$\backslash 2$	2	Vyděl $1 \div 3\,\frac{1}{3}$	Metoda	$\backslash 1$	$\frac{1}{5}$ $\frac{1}{10}$
$\backslash \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$, celkem $3\,\frac{1}{3}$	1 $3\frac{1}{3}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{3}$, celkem 1.	zkoušky:	$\backslash 2$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{10}$
				$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{10}$

1	320	Metoda zkoušky:		spočítat pro obilí:		
$\frac{1}{10}$	32	1	96	1	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{32}$ $\frac{1}{64}$	1
$\frac{1}{5}$	64	2	192	2	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{32}$	2
celkem 96		$\frac{1}{3}$	32	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{16}$ $\frac{1}{32}$	2
		celkem 320		celkem měřice.		

R36

Vešel jsem 3krát, se svou $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{5}$ jsem byl úplný. Jaké je to množství, které to říká?

1	1	1	106	1	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{53}$ $\frac{1}{106}$ $\frac{1}{212}$
1	1	$\frac{1}{2}$	53	2	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{30}$ $\frac{1}{318}$ $\frac{1}{795}$ $\frac{1}{53}$ $\frac{1}{106}$
1	1	$\backslash \frac{1}{4}$	$26\,\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$ $\frac{1}{159}$ $\frac{1}{318}$ $\frac{1}{636}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\backslash \frac{1}{106}$	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{20}$ $\frac{1}{265}$ $\frac{1}{530}$ $\frac{1}{1\,060}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\backslash \frac{1}{53}$	2		
		$\backslash \frac{1}{212}$	$\frac{1}{2}$ celkem 1		

$\frac{1}{53}$	$\frac{1}{106}$	$\frac{1}{212}$			
20	10	5			35
$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{318}$	$\frac{1}{795}$	$\frac{1}{53}$	$\frac{1}{106}$	
$35\frac{1}{3}$	$3\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$	20	10	70
$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{159}$	$\frac{1}{318}$	$\frac{1}{636}$		
$88\frac{1}{3}$	$6\frac{2}{3}$	$3\frac{1}{3}$	$1\frac{2}{3}$		100
$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{265}$	$\frac{1}{530}$	$\frac{1}{1\,060}$		
53	4	2	1		80^{sic}

$\frac{1}{2}$	530	$\frac{1}{4}$	265	265	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{4}$	265	celkem 1 060.			

R37

Vešel jsem 3krát do měřice, se svou $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$ z $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$ jsem byl úplný. Kdo to říká?

ať slyší:		vyděl $1 \div 3\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{18}$		$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{144}$
1	1	1	$3\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{18}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{32}\ \frac{1}{288}$
2	2	$\frac{1}{2}$	$1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{36}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{16}\ \frac{1}{32}\ \frac{1}{64}\ \frac{1}{576}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\backslash\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{72}$	celkem 1	
$\frac{1}{3}$ z $\frac{1}{3}$ z toho	$\frac{1}{9}$				
$\frac{1}{9}$ z toho	$\frac{1}{9}$	celkem $3\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{18}$			

doplnit	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{72}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{576}$	celkem $\frac{1}{8}$
				8	36	18	9	1	72

Metoda zkoušky:		$\frac{1}{3}$ z toho	$\frac{1}{12}\ \frac{1}{96}$
1	$\frac{1}{4}\ \frac{1}{32}$	$\frac{1}{3}$ z $\frac{1}{3}$ z toho	$\frac{1}{36}\ \frac{1}{288}$
2	$\frac{1}{2}\ \frac{1}{16}$	$\frac{1}{9}$ z toho	$\frac{1}{36}\ \frac{1}{288}$
			celkem 1

doplnit	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{96}$
			9	18	24	3

$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{288}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{288}$	
8	1	8	1	celkem $\frac{1}{4}$

celkem	320	$\frac{1}{8}$	40	72
$\frac{1}{2}$	160	$\frac{1}{16}$	20	
$\frac{1}{4}$	80	$\frac{1}{32}$	10	celkem 90

Metoda zkoušky:		spočítat pro obilí:	
$\backslash 1$	90	$\backslash 1$	$\frac{1}{4}\ \frac{1}{32}$
$\backslash 2$	180	$\backslash 2$	$\frac{1}{2}\ \frac{1}{16}$
$\frac{1}{3}$	30	$\backslash\frac{1}{3}$	$\frac{1}{16}\ \frac{1}{32}$
$\frac{1}{3}$ z $\frac{1}{3}$	10	$\backslash\frac{1}{3}$ z $\frac{1}{3}$	$\frac{1}{32}$
$\backslash\frac{1}{9}$ z toho	10	$\backslash\frac{1}{9}$ z toho	$\frac{1}{32}$
celkem	320	celkem	$\frac{1}{2}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{8}$

R38

Vešel jsem 3krát do měřice, se svou $\frac{1}{7}$ jsem byl úplný.

$\backslash 1$	1	Vyděl $1 \div 3\ \frac{1}{7}$		
$\backslash 2$	2	1	$3\ \frac{1}{7}$	
$\backslash \frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{22}$	$\frac{1}{7}$	s $\frac{1}{7}$ se počítá 22⟨krát⟩,
celkem $3\ \frac{1}{7}$		$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{4}\ \frac{1}{28}$	až se nalezne $3\ \frac{1}{7}$
		$\frac{1}{6}\ \frac{1}{66}$	$\frac{1}{2}\ \frac{1}{14}$	celkem 1

Metoda zkoušky:

1	$\frac{1}{6}\ \frac{1}{11}\ \frac{1}{22}\ \frac{1}{66}$	1	320	$\backslash \frac{1}{11}$	$29\ \frac{1}{11}$
2	$\frac{1}{2}\ \frac{1}{11}\ \frac{1}{33}\ \frac{1}{66}$	$\frac{2}{3}$	$213\ \frac{1}{3}$	$\backslash \frac{1}{22}$	$14\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{22}$
$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{22}$ celkem 1	$\frac{1}{3}$	$106\ \frac{2}{3}$	$\backslash \frac{1}{66}$	$4\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{66}$
		$\backslash \frac{1}{6}$	$53\ \frac{1}{3}$	celkem $101\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{11}\ \frac{1}{22}\ \frac{1}{66}$	

Metoda zkoušky:

$\backslash 1$ $\quad 101\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{11}\ \frac{1}{22}\ \frac{1}{66}$

$\backslash 2$ $\quad 203\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{11}\ \frac{1}{33}\ \frac{1}{66}$

$\backslash \frac{1}{7}$ $\quad 14\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{22}$

celkem 1. Spočítat pro obilí:

spočítá se $\frac{1}{22}$krát 7, než se najde . . .

1	$\mathit{\frac{1}{4}\ \frac{1}{16}}$	$1\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{11}\ \frac{1}{22}\ \frac{1}{66}$								
2	$\mathit{\frac{1}{2}\ \frac{1}{8}}$	$3\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{11}\ \frac{1}{33}\ \frac{1}{66}$ *ro*								
$\frac{1}{7}$	$\mathit{\frac{1}{32}}$	$4\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{22}$ *ro*								
celkem	$319\ \frac{2}{3}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{22}$	$\frac{1}{22}$	$\frac{1}{33}$	$\frac{1}{66}$	$\frac{1}{66}$		$\frac{1}{3}$
		6	6	3	3	2	1	1		22

R39

Metoda výpočtu rozdílu.

100 chlebů pro 10 mužů, 50 pro 6

a 50 pro 4. Jaký je rozdíl?

1	4	1	6	1	12 $\frac{1}{2}$	1	8 $\frac{1}{3}$	rozdíl je 4 $\frac{1}{6}$
\10	40	2	12	1	12 $\frac{1}{2}$	1	8 $\frac{1}{3}$	
[\]2	8	4	24	1	12 $\frac{1}{2}$	1	8 $\frac{1}{3}$	
\\$\frac{1}{2}$	2	\8	48	1	12 $\frac{1}{2}$	1	8 $\frac{1}{3}$	
		\\$\frac{1}{3}$	2			1	8 $\frac{1}{3}$	
						1	8 $\frac{1}{3}$	

R40

100 chlebů pro 5 mužů, $\frac{1}{7}$ ze tří horních

pro 2 muže dole.	\\·	23
Jaký je rozdíl?	\\·	17 $\frac{1}{2}$
Postup: rozdíl je 5 $\frac{1}{2}$	\\·	12
	\\·	6 $\frac{1}{2}$
	\\·	1 celkem 60

\1	60	23krát, výsledek je	38 $\frac{1}{3}$
\\$\frac{2}{3}$	40	17 $\frac{1}{2}$	29 $\frac{1}{6}$
počítej		12	20
s 1 $\frac{2}{3}$		6 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{6}$
		1 celkem 60	1 $\frac{2}{3}$ celkem 100.

R41

Metoda výpočtu kruhové sýpky (o rozměrech) 9, 10. Odečti $\frac{1}{9}$ z 9, je to 1, zbytek 8.

Počítej s 8 8krát, vyjde 64. Počítej se 64

10krát, vyjde 640. Přidej k tomu $\frac{1}{2}$ z toho, vyjde 960. To je jeho objem v pytlích.

Spočítej $\frac{1}{20}$ z 960, je to 48. To je to, co do ní vejde ve stovkách čtyřnásobných měřic: 48 stovek čtyřnásobných měřic obilí.

Tvar řešení tohoto:

1	8	\8	64	celkem 960	
2	16	1	64	$\frac{1}{10}$	96
4	32	\10	640	$\frac{1}{20}$	48
		\\$\frac{1}{2}$	320		

R42

Kruhová sýpka (o rozměrech) 10, 10. Odečti $\frac{1}{9}$ z 10, je to $1\ \frac{1}{9}$, zbytek je $8\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{18}$.

Počítej s $8\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{18}$ $8\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{18}$krát, vyjde $79\ \frac{1}{108}\ \frac{1}{324}$

Počítej s $79\ \frac{1}{108}\ \frac{1}{324}$ 10krát, vyjde $790\ \frac{1}{18}\ \frac{1}{27}\ \frac{1}{54}$

Přidej k tomu $\frac{1}{2}$ z toho, vyjde 1 185. Počítej s 1 185 20krát, je to $59\ \frac{1}{4}$.

To je to, co do ní vejde ve stovkách čtyřnásobných měřic: $59\ \frac{1}{4}$ stovek čtyřnásobných měřic.

tvar řešení tohoto:

1	$8\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{18}$	$\backslash 8$	$71\ \frac{1}{9}$	$\backslash\frac{1}{6}$	$1\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{12}\ \frac{1}{24}\ \frac{1}{72}\ \frac{1}{108}$
2	$17\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{9}$	$\backslash\frac{2}{3}$	$5\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{18}\ \frac{1}{27}$	$\backslash\frac{1}{18}$	$\frac{1}{3}\ \frac{1}{9}\ \frac{1}{27}\ \frac{1}{108}\ \frac{1}{324}$
4	$35\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{18}$	$\frac{1}{3}$	$2\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{12}\ \frac{1}{36}\ \frac{1}{54}$	celkem	$79\ \frac{1}{108}\ \frac{1}{324}$

1	$79\ \frac{1}{108}\ \frac{1}{324}$	celkem	1 185
10	$790\ \frac{1}{18}\ \frac{1}{27}\ \frac{1}{54}$	10^{sic}	$118\ \frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	$395\ \frac{1}{36}\ \frac{1}{54}\ \frac{1}{108}$	$\backslash\frac{1}{20}$	$59\ \frac{1}{4}$

R43

Kruhová sýpka, jejíž výška je 9 loktů a šířka 6. Co je to, co do ní vejde v obilí? Postup: odečti 1 od 9, zbyde 8.

Počítej s 8: připočítej k tomu $\frac{1}{3}$ z toho, vyjde $10\ \frac{2}{3}$. Počítej s $10\ \frac{2}{3}$ $10\ \frac{2}{3}$krát, vyjde $113\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{9}$. Počítej s $113\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{9}$ 4krát, toto jsou $\frac{2}{3}$ ze 6 loktů, což je šířka, je to $455\ \frac{1}{9}$.

To je její objem v pytlích.

Najdi $\frac{1}{20}$ z jejího objemu v pytlích, vyjde $22\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{45}$. To je to, co do ní vejde v obilí ve stovkách čtyřnásobných měřic.

$22\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{32}\ \frac{1}{64}$ měřice $2\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{36}$ *ro*

tvar řešení tohoto:

$\backslash 1$	8	1	$10\ \frac{2}{3}$
$\frac{2}{3}$ jsou	$5\ \frac{1}{3}$	$\backslash 10$	$106\ \frac{2}{3}$
$\backslash\frac{1}{3}$	$2\ \frac{2}{3}$ celkem $10\ \frac{2}{3}$	$\backslash\frac{2}{3}$	$7\ \frac{1}{9}$ celkem $113\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{9}$

1	$113\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{9}$	1	$455\ \frac{1}{9}$
2	$227\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{18}$	$\frac{1}{10}$	$45\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{90}$
\4	$455\ \frac{1}{9}$	$\backslash\frac{1}{20}$	$22\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{45}$

R44

Metoda počítání čtverhrané sýpky, jejíž délka je 10, šířka 10 a výška 10. Co je to, co do ní vejde v obilí?

Počítej s 10 10krát, vyjde 100. Počítej se 100 10krát, vyjde 1 000. Připočítej $\frac{1}{2}$ z 1 000, je to 500, vyjde 1 500. To je její objem v pytlích. Spočítej $\frac{1}{20}$ z 1 500, vyjde 75. To je to, co do ní vejde ve stovkách čtyřnásobných měřic. 75 stovek čtyřnásobných měřic obilí.

metoda řešení tohoto:

1	10	1	1 000	1	1 500	1	75
10	1 000	$\frac{1}{2}$	500	$\frac{1}{10}$	150	10	750
1	100			$\frac{1}{20}$	75	\20	1 500

$\frac{1}{10}$ 150
$\frac{1}{10}$ z $\frac{1}{10}$ 15
$\frac{2}{3}$ z $\frac{1}{10}$ z $\frac{1}{10}$ z toho je 10

R45

Sýpka, do níž vejde 75 měřic obilí. To, co mu přísluší velikost ku velikosti? Počítej se 75 20krát, vyjde 1 500.

Počítej s 1 500: spočítej $\frac{1}{10}$ z toho, je to 150, $\frac{1}{10}$ z $\frac{1}{10}$ z toho, (je to) 15, $\frac{2}{3}$ z $\frac{1}{10}$ z $\frac{1}{10}$ z toho, je to 10. Tedy mu přísluší 10 ku 10 ku 10.

1	75	$\frac{1}{20}$ *sic*	1 500, hle, toto je její objem.
10	750		

1 1 500 $\frac{1}{10}$ 150 $\frac{1}{10}$ z $\frac{1}{10}$ z toho 15
$\frac{2}{3}$ z $\frac{1}{10}$ z $\frac{1}{10}$ z toho je 10.

R46

Sýpka, do níž vejde 25 čtyřnásobných měřic obilí, což je její objem. Počítej s 25 20krát, vyjde 500, to je její objem.

Počítej s 500: spočítej $\frac{1}{10}$ z toho, je to 50, $\frac{1}{20}$ z toho, je to 25, $\frac{1}{10}$ z $\frac{1}{10}$ z toho, je to 5, $\frac{2}{3}$ z $\frac{1}{10}$ z $\frac{1}{10}$ z toho, je to 3 $\frac{1}{3}$. Přísluší jí 10 ku 10 ku 3 $\frac{1}{3}$, té sýpce.

řešení tohoto:	1	25	1	500
	10	250	$\frac{1}{10}$	50
	$\frac{1}{20}$ *sic*	500, to je její objem.	$\frac{1}{10}$ z $\frac{1}{10}$ z toho, je to 5	

$\frac{2}{3}$ z $\frac{1}{10}$ z $\frac{1}{10}$ z toho 3 $\frac{1}{3}$
vyjde tato sýpka, jež má 10 loktů ku 10 ku 3 $\frac{1}{3}$. Je to totéž.

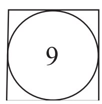
R47

Když ti písař řekne: udej mi
$\frac{1}{10}$, když je v sýpka (ať už) kruhové či pravoúhlé.
$\frac{1}{10}$ (odpovídá) 10 čtyřnásobným měřicím obilí.
$\frac{1}{20}$ 5 $\frac{1}{30}$ 3 $\mathit{\frac{1}{4}}$ $\mathit{\frac{1}{16}}$ $\mathit{\frac{1}{64}}$, $\frac{2}{3}$

$\frac{1}{40}$	2 $\mathit{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{80}$	1 $\mathit{\frac{1}{4}}$
$\frac{1}{50}$	2	$\frac{1}{90}$	1 $\mathit{\frac{1}{16}}$ $\mathit{\frac{1}{32}}$ $\mathit{\frac{1}{64}}$, $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{18}$
$\frac{1}{60}$	1 $\mathit{\frac{1}{2}}$ $\mathit{\frac{1}{8}}$ $\mathit{\frac{1}{32}}$, 3 *ro* $\frac{1}{3}$	$\frac{1}{100}$	1
$\frac{1}{70}$	1 $\mathit{\frac{1}{4}}$ $\mathit{\frac{1}{8}}$ $\mathit{\frac{1}{32}}$ $\mathit{\frac{1}{64}}$, 2 *ro* $\frac{1}{14}$ $\frac{1}{21}$ $\frac{1}{42}$		

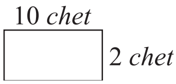
R48

		\1	9 *secat*
1	8 *secat*	2	18 *secat*
2	16 *secat*	4	36 *secat*
4	32 *secat*	\8	72 *secat*
\8	64 *secat*	celkem 81 *secat*	



R49

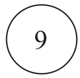
Metoda výpočtu (obsahu) plochy. Řekne-li se ti: čtyřúhelníkové pole o (rozměrech) 10 k 2. Jaký je (obsah) jeho plochy? Postup:



1	1 000	$\frac{1}{10}$ z 100 000, je to 10 000
10	10 000	$\frac{1}{10}$ z $\frac{1}{10}$ z toho, je to 1 000
100	100 000	to je plocha.

R50

Metoda výpočtu (obsahu) kruhové plochy o (průměru) 9 *chet.*
Jaký je obsah její plochy? Odečti $\frac{1}{9}$ z toho, je to 1,
zbytek je 8. Počítej s 8 8krát,
vyjde 64. Toto je její obsah v ploše: 64 *secat.*



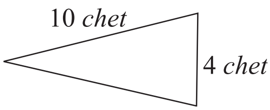
obsah plochy
64 *secat*

postup: 1 9
$\frac{1}{9}$ z toho 9
odečíst od toho, zbytek 8.

1	8	4	32
2	16	\8	64

R51

Metoda výpočtu (obsahu) trojúhelníkové plochy.
Řekne-li se ti: trojúhelník, jenž má 10 *chet* na výšku
a jeho základna 4 *chet.*
Jaký je (obsah) jeho plochy? Postup:



1	40	1	1 000
$\frac{1}{2}$	20	2	2 000, to je (obsah) jeho plochy: 2.

Spočítej $\frac{1}{2}$ ze 4, je to 2,
pro udání jeho obdélníku.
Počítej s 10
2krát, to je (obsah) jeho plochy.

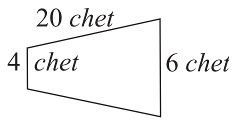
R52

Metoda výpočtu lichoběžníkového pole. Řekne-li se ti: lichoběžníkové pole

jež má 20 *chet* na výšku, jeho (dolní) základna je 6 a 4 *chet* má (horní) základna. Jaký je (obsah) jeho plochy?

Sečti (dolní) a (horní) základnu, vyjde 10. Spočítej $\frac{1}{2}$ z 10, je to 5, pro udání jeho obdélníku.

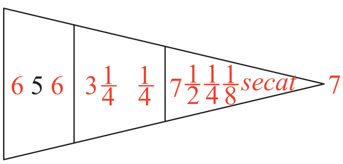
Počítej s 20 5krát, vyjde 10, to je (obsah) jeho plochy. Postup:



1	1 000	\1	2 000	
$\frac{1}{2}$	500	2	4 000	celkem 10 000, převeď na
		\4	8 000	plochu: 20^{sic}

to je obsah jeho plochy.

R53



\1	4 $\frac{1}{2}$ *secat*	celkem 5 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$ *secat*	1	7 *secat*
\2	9 *secat*	$\frac{1}{10}$ z toho je 1 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ *secat*, 10 *meḥ-ta*	\2	14 *secat*
$\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{4}$ *secat*	$\frac{1}{10}$ z toho odečíst, to je obsah.	$\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}$	1 $\frac{1}{8}$ (*secat*)		\\$\frac{1}{4}$	1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$
			celkem	15 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ *secat*
			\\$\frac{1}{2}$	7 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ *secat*

R54

Oddělení plochy	1	10	1	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$, 7 $\frac{1}{2}$ *meḥ-ta*
z 10 polí.	\\$\frac{1}{2}$	5	\2	1 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ *secat*, 2 $\frac{1}{2}$ *meḥ-ta*
	\\$\frac{1}{5}$	2	4	2 $\frac{1}{2}$ *secat*, 5 *meḥ-ta*
			\8	5 $\frac{1}{2}$ *secat*, 10 *meḥ-ta*

R55

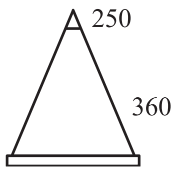
Oddělení plochy 3 *secat* z 5 polí. Počítej s 5 *secat*, až najdeš plochu (o obsahu) 3 *secat*.

1	5	vyjde $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{10}$.	\1	$\frac{1}{2}$, 10 *meḥ-ta*
$\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{2}$	Počítej s	2	1 $\frac{1}{8}$ *secat*, 7 $\frac{1}{2}$ *meḥ-ta*
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{10}$ 5krát	\4	2 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ *secat*, 2 $\frac{1}{2}$ *meḥ-ta*
			nalezneš tedy tu plochu, je to 3 *secat*.	

R56

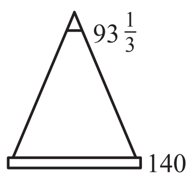
Metoda počítání pyramidy o straně 360 a výšce 250.
Udej mi její sklon. Spočítej $\frac{1}{2}$ z 360, vyjde 180. Počítej s 250, až najdeš 180, vyjde $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{50}$ lokte. 1 loket je 7 dlaní, počítej se 7:

1	7	její
$\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{2}$	sklon
$\frac{1}{5}$	1 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{15}$	5 $\frac{1}{25}$ dlaní.
$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{10}$ $\frac{1}{25}$	



R57

Pyramida o straně 140 a sklonu 5 dlaní 1 prst. Jaká je její výška?
Proveď dělení 1 lokte dvojnásobkem sklonu, který vyjde 10 $\frac{1}{2}$. Počítej s 10 $\frac{1}{2}$, až najdeš 7, neboť to je 1 loket. Počítej s 10 $\frac{1}{2}$: $\frac{2}{3}$ z 10 $\frac{1}{2}$, je to 7.
Počítej se 140, to je délka strany: spočítej $\frac{2}{3}$ ze 140, je to 93 $\frac{1}{3}$.
Hle, to je její výška.



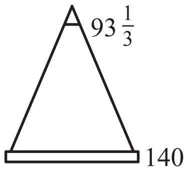
R58

Pyramida, jejíž výška je 93 $\frac{1}{3}$. Udej mi její sklon, když 140 je strana. Spočítej $\frac{1}{2}$ ze 140, je to 70. Počítej s 93 $\frac{1}{3}$,

až najdeš 70. Počítej s $93\ \frac{1}{3}$: $\frac{1}{2}$ z toho je $46\ \frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$ z toho je $23\ \frac{1}{3}$.
Spočítej $\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$
z 1 lokte. Počítej se 7: $\frac{1}{2}$ z toho je $3\ \frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ z toho je $1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$, celkem 5 dlaní 1 prst, to je její sklon.

řešení:

1	$93\ \frac{1}{3}$	1	7
$\backslash\frac{1}{2}$	$46\ \frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$3\ \frac{1}{2}$
$\backslash\frac{1}{4}$	$23\ \frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$1^{sic}\ \frac{1}{4}$
spočítej $\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$ z lokte,		celkem 5 dlaní 1 prst,	
když 1 loket je 7 dlaní.		to je sklon.	



R59

Pyramida, jejíž výška je 12 a strana 8.

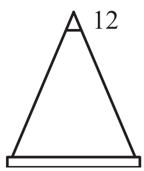
Počítej s 8, až najdeš 6, to je $\frac{1}{2}$ výšky.

1	8	spočítej $\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$ ze 7,	1	7
$\backslash\frac{1}{2}$	4	hle, to je 1 loket.	$\backslash\frac{1}{2}$	$3\ \frac{1}{2}$
$\backslash\frac{1}{4}$	2		$\backslash\frac{1}{4}$	$1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$

vyjde 5 dlaní 2^{sic} prsty. Hle,
to je její sklon.
...

R59B

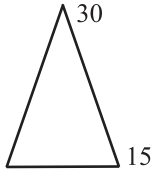
Spočítej pyramidu o (rozměru) 12, jejíž sklon je 5 dlaní 1 prst. Udej mi její výšku. Počítej s dvojnásobkem 5 dlaní 1 prst, až najdeš 1 loket, hle, ten je 7 dlaní. Vyjde $10\ \frac{1}{2}$. $\frac{2}{3}$ z toho, je to 7. Počítej s 12: [$\frac{2}{3}$] z toho, je to 4^{sic}. Hle, toto je výška.



R60

o 15 loktech na jeho základu, 30 má jeho výška k vrcholu. Udej mi jeho sklon. Počítej s 15: $\frac{1}{2}$ z toho, je to $7\ \frac{1}{2}$. Počítej se $7\ \frac{1}{2}$ 4krát, až najdeš 30, vyjde jeho *stwtj*, je to 4. Toto je jeho sklon.

řešení:	1	15
	$\backslash\frac{1}{2}$	$7\ \frac{1}{2}$
	1	$7\ \frac{1}{2}$
	2	15
	$\backslash 4$	30



R61

$\frac{2}{3}$ ze $\frac{2}{3}$, je to $\frac{1}{3}\ \frac{1}{9}$
$\frac{1}{3}$ ze $\frac{2}{3}$, je to $\frac{1}{6}\ \frac{1}{18}$
$\frac{2}{3}$ z $\frac{1}{3}$ $\quad \frac{1}{6}\ \frac{1}{18}$
$\frac{2}{3}$ z $\frac{1}{6}$ $\quad \frac{1}{12}\ \frac{1}{36}$
$\frac{2}{3}$ z $\frac{1}{2}$ z toho, je to $\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$ z $\frac{1}{2}$ z toho, je to $\frac{1}{6}$
$\frac{1}{6}$ z $\frac{1}{2}$ z toho, je to $\frac{1}{12}$
$\frac{1}{12}$ z $\frac{1}{2}$ z toho, je to $\frac{1}{24}$
$\frac{1}{9}$ z $\frac{2}{3}$ $\quad \frac{1}{18}\ \frac{1}{54}$ $\quad \frac{1}{9}$ $\quad \frac{2}{3}$ z toho, je to $\frac{1}{18}$ ...
...
...
...
...
...
$\frac{1}{4}$ z toho, je to $\frac{1}{20}$
$\frac{1}{7}$ $\quad \frac{2}{3}$ [z toho], je to $\frac{1}{14}\ \frac{1}{42}$
$\frac{1}{7}$ $\quad \frac{1}{2}$ z toho $\quad \frac{1}{14}$
$\frac{1}{11}$ $\quad \frac{2}{3}$ [z toho, je to] $\frac{1}{22}\ \frac{1}{66}$ $\quad \frac{1}{3}$ z toho $\quad \frac{1}{33}$
$\frac{1}{11}$ $\quad \frac{1}{2}$ z toho $\quad \frac{1}{22}$ $\quad \frac{1}{4}$ z toho $\quad \frac{1}{44}$

R61B

Počítání $\frac{2}{3}$ z lichého zlomku

Řekne-li se ti:

Co jsou $\frac{2}{3}$ z $\frac{1}{5}$?

Počítej s tím 2krát

a 6krát, toto jsou $\frac{2}{3}$ z toho.

Hle, ať se počítá podobně

pro každý lichý zlomek,

který se vyskytne.

R62

Metoda výpočtu pytle s mnohými drahými kovy. Řekne-li se ti:

pytel, v němž je zlato, stříbro a cín.

Tento pytel může být získán za 84 *šatej*. Co je to, co přísluší každému kovu,

když za *deben* zlata se dá 12 *šatej*, (za) stříbro to je 6 *šatej*

a (pro) *deben* cínu to je 3 *šatej*. Sečti to, co se dá za *šatej*^{sic}

všech kovů, vyjde 21. Počítej s těmi 21, až najdeš

84 *šatej*. To je, za co je možné získat tento pytel. Vyjde 4.

To dáš za každý kov. Postup:

Počítej se 4 12krát, vyjde: zlato je 48, to je to, co mu přísluší.

6	stříbro	24
3	cín	12
21	celkem	84

R63

[Metoda výpočtu...] 700 chlebů pro 4 muže, $\frac{2}{3}$ pro 1, $\frac{1}{2}$ pro dalšího,

[$\frac{1}{3}$ pro třetího a $\frac{1}{4}$ pro čtvrtého]. Udej mi podíl každého jednotlivce.

Sečti

$\frac{2}{3}$ ^{sic} $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$, vyjde 1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$. Proveď dělení $1 \div 1$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$, vyjde

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{14}$. Spočítej $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{14}$ ze 700, je to 400. Spočítej $\frac{2}{3}$ ze 400, je to 266 $\frac{2}{3}$,

$\frac{1}{2}$ ze 400, je to 200, $\frac{1}{3}$ ze 400, je to 133 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ze 400, je to 100: podíly každého jednotlivce.

postup:

počet 700

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{14}$ 400

$\frac{2}{3}$ ze 400 pro ·1· 266 $\frac{2}{3}$

$\frac{1}{2}$ ze 400 pro ·1· 200

$\frac{1}{3}$ ze 400 pro ·1· 113^{sic} $\frac{1}{3}$

$\frac{1}{4}$ ze 400 pro ·1· 100

celkem · 700

R64

Metoda počítání s rozdílem *peru*. Řekne-li se ti: 10 měřic ječmene pro 10 mužů, rozdíl *peru* každého muže vůči jeho druhovi: množství v ječmeni je $\mathit{\frac{1}{8}}$ měřice, hlavní část je $\mathit{\frac{1}{2}}^{sic}$. Odečti 1 od 10, zbytek je 9. Spočítej $\frac{1}{2}$ z rozdílu *peru*, je to $\mathit{\frac{1}{16}}$, počítej (s tím) 9krát, vyjde $\mathit{\frac{1}{2}}$ $\mathit{\frac{1}{16}}$ měřice. Přičti k hlavní části. Odečti $\mathit{\frac{1}{8}}$ měřice od každého muže, než dojdeš k poslednímu. Postup:

1 $\mathit{\frac{1}{2}}$ $\mathit{\frac{1}{16}}$ *1* $\mathit{\frac{1}{4}}$ $\mathit{\frac{1}{8}}$ $\mathit{\frac{1}{16}}$ *1* $\mathit{\frac{1}{4}}$ $\mathit{\frac{1}{16}}$ *1* $\mathit{\frac{1}{8}}$ $\mathit{\frac{1}{16}}$ *1* $\mathit{\frac{1}{16}}$ $\mathit{\frac{1}{2}}$ $\mathit{\frac{1}{4}}$ $\mathit{\frac{1}{8}}$ $\mathit{\frac{1}{16}}$ $\mathit{\frac{1}{2}}$ $\mathit{\frac{1}{4}}$ $\mathit{\frac{1}{16}}$ $\mathit{\frac{1}{2}}$ $\mathit{\frac{1}{8}}$ $\mathit{\frac{1}{16}}$ $\mathit{\frac{1}{2}}$ $\mathit{\frac{1}{16}}$ $\mathit{\frac{1}{4}}$ $\mathit{\frac{1}{8}}$ $\mathit{\frac{1}{16}}$, celkem 10.

R65

Metoda výpočtu 100 chlebů pro 10 mužů, lodník, velitel a dveřník mají dvojnásobek

Řešení toho: sečti to, co je lidí mužstva, vyjde 13. Počítej se 13, až najdeš těch 100 chlebů, vyjde 7 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{39}$. Řekni: toto je to,

co náleží	lodník,
těm 7 mužům,	velitel
	a dveřník mají dvojnásobek

· 7 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{39}$	· 7 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{39}$	lodník 15 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{26}$ $\frac{1}{78}$
· 7 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{39}$	· 7 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{39}$	velitel 15 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{26}$ $\frac{1}{78}$
· 7 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{39}$	· 7 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{39}$	dveřník 15 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{26}$ $\frac{1}{78}$, celkem 100.
· 7 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{39}$		

R66

10 měřic tuku přijde pro 1 rok. Co je podíl jednoho dne z toho? Řešení tohoto: Převeď

těch 10 měřic tuku na *ro*, vyjde 3 200. Převeď rok na dny, vyjde 365. Vyděl 3 200 ÷ 365, vyjde 8 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{2\,190}$. Převeď z *ro*, je to $\frac{1}{64}$, 3 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{2\,190}$ *ro*. To je podíl dne. Postup:

1	365	$\frac{1}{10}$	36 $\frac{1}{2}$	Počítej stejně se vším, co se ti řekne
2	730	$\frac{1}{2\,190}$	$\frac{1}{6}$	podobného tomuto případu.
4	1 460	celkem 8 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{2\,190}$		
$\frac{2}{3}$	243 $\frac{1}{3}$			

R67

Metoda (výpočtu) prací pastýře. Inu přišel ten pastýř ke sčítání dobytka

se 70 dobytčaty. Ten úředník pro sčítání dobytka pravil k tomu pastýři: málo je kusů dobytka, jež přivádíš!

Kde je množství tvých početných kusů dobytka?! Ten pastýř pravil: přivedl jsem ti $\frac{2}{3}$ z $\frac{1}{3}$

z býků, kteří mi byli svěřeni. Počítej se mnou a shledáš, že jsem úplný. Postup:

1	1	1	$\frac{1}{6}$ $\frac{1}{18}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	2	$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{9}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	\4	$\frac{2}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{18}$
$\frac{2}{3}$ z $\frac{1}{3}$ z toho, je to $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{18}$		\\$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{9}$
Vyděl 1 ÷ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{18}$		celkem 1	

Počítej	vyjde 315	$\frac{2}{3}$ z $\frac{1}{3}$ z toho
se 70:	to je to, co mu bylo svěřeno	70
spočítej	1 315	70
3 $\frac{1}{2}$krát	$\frac{2}{3}$ 210	to je to,
	$\frac{1}{3}$ z toho 105	co přivedl.

R68

Když ti písař řekne: 4 velitelé se přeli o obilí
o 100 velkých měřic. Mužstvo prvního čítalo 12 mužů,

první · 12 mužů	Počítej se 30, až
druhý · 8	najdeš 100, vyjde $3\ \frac{1}{3}$
třetí · 6	převeď na obilí: $3\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{64}$ měřice, $1\ \frac{2}{3}$ *ro*
čtvrtý · 4, celkem 30	

Počítej (s tím) 12krát pro prvního

8	druhého
6	třetího
4	čtvrtého

1	$3\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{64}, 1\ \frac{2}{3}$	1	$3\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{64}, 1\ \frac{2}{3}$
2	$6\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{32}, 3\ \frac{1}{3}$ *ro*	2	$6\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{32}, 3\ \frac{1}{3}$ *ro*
\4	$13\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{64}, 1\ \frac{2}{3}$	4	$13\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{64}, 1\ \frac{2}{3}$
\8	$26\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{32}, 3\ \frac{1}{3}$ *ro*	\8	$26\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{32}, 3\ \frac{1}{3}$ *ro*
celkem první 40		celkem $26\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{32}, 3\ \frac{1}{3}$ *ro* druhý	

1	$3\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{64}, 1\ \frac{2}{3}$	1	$3\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{64}, [1\ \frac{2}{3}]$
\2	$6\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{32}, 3\ \frac{1}{3}$ *ro*	2	$6\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{32}, 3\ \frac{1}{3}$ *ro*
[\]4	$13\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{64},^{sic}\ \frac{2}{3}$	\4	$13\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{64}, 1\ \frac{2}{3}$
celkem třetí 20		celkem čtvrtý $13\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{64}, 1\ [\frac{2}{3}]$	

toto zde	první	· 12	· 40	· 40
(je pro) velitele	druhý	· 8	· $26\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{32}, 3\ \frac{1}{3}$ *ro*	· $26\ \frac{2}{3}$
velká měřice	třetí	· 6	· 20	· 20
	čtvrtý	· 4	· $13\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{64}, 1\ \frac{2}{3}$	· $13\ \frac{1}{3}$
	celkem	30	· 100 měřic	· 100 měřic

R69

3 $\frac{1}{2}$ měřic mouky převést na 80 chlebů.
Udej mi množství jednoho v mouce.

Udej mi jejich kvalitu. Počítej
s $\mathit{3}\ \frac{\mathit{1}}{\mathit{2}}$, až najdeš 80.

1	$3\ \frac{1}{3}$	Kvalita je $22\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{7}\ \frac{1}{21}$.
10	35	Počítej s 80,
\20	70	až najdeš 1 120.
\2	7	Postup:
$\backslash\frac{2}{3}$	$2\ \frac{1}{3}$	
$\backslash\frac{1}{21}$	$\frac{1}{6}$	
$\backslash\frac{1}{7}$	$\frac{1}{2}$	

1	80		
\10	800	\1	$22\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{7}\ \frac{1}{21}$
2	160	\2	$45\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{14}\ \frac{1}{14}\ \frac{1}{28}\ \frac{1}{42}$
\4	320	$\backslash\frac{1}{2}$	$11\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{14}\ \frac{1}{42}$
celkem	1 120		

Podíl jednoho z těch chlebů v mouce: $\frac{\mathit{1}}{\mathit{32}}$ 4 *ro*

\1	320	1	$\frac{\mathit{1}}{\mathit{32}}$4 *ro*
\2	640	2	$\frac{\mathit{1}}{\mathit{16}}\ \frac{\mathit{1}}{\mathit{64}}$ 3 *ro*
$\backslash\frac{1}{2}$	160	4	$\frac{\mathit{1}}{\mathit{8}}\ \frac{\mathit{1}}{\mathit{32}}\ \frac{\mathit{1}}{\mathit{64}}$
celkem	1 120 v *ro*	8	$\frac{\mathit{1}}{\mathit{4}}\ \frac{\mathit{1}}{\mathit{16}}\ \frac{\mathit{1}}{\mathit{32}}$ 2 *ro*
		16	$\frac{\mathit{1}}{\mathit{2}}\ \frac{\mathit{1}}{\mathit{8}}\ \frac{\mathit{1}}{\mathit{16}}$ 4 *ro*
		32	$\mathit{1}\ \frac{\mathit{1}}{\mathit{4}}\ \frac{\mathit{1}}{\mathit{8}}\ \frac{\mathit{1}}{\mathit{64}}$ 3 *ro*
		64	$\mathit{2}\ \frac{\mathit{1}}{\mathit{2}}\ \frac{\mathit{1}}{\mathit{4}}\ \frac{\mathit{1}}{\mathit{32}}\ \frac{\mathit{1}}{\mathit{64}}$
		vyjde $\mathit{3}\ \frac{\mathit{1}}{\mathit{2}}$ měřic mouky.	

R70

$\mathit{7}\ \frac{\mathit{1}}{\mathit{2}}\ \frac{\mathit{1}}{\mathit{4}}\ \frac{\mathit{1}}{\mathit{8}}$ měřic mouky převést na 100 chlebů.
Co je podíl jednoho z těch chlebů v mouce?
Jaká je jejich kvalita?
Počítej se $7\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{8}$, až najdeš 100.

1	$7\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{8}$	
2	$15\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$	
\4	$31\ \frac{1}{2}$	
\8	63	
$\backslash\frac{2}{3}$	$5\ \frac{1}{4}$	celkem $99\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$, zbytek $\frac{1}{4}$
$\frac{1}{63}$	$\frac{1}{8}$	zdvojnásob zlomek pro $\frac{1}{4}$
$\backslash\frac{1}{42}$	$\frac{1}{126}\ \frac{1}{4}$	

Kvalita je $12\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{42}\ \frac{1}{126}$

\1	$12\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{42}\ \frac{1}{126}$
\2	$24\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{21}\ \frac{1}{63}$
\4	$50\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{14}\ \frac{1}{21}\ \frac{1}{126}$
$\backslash\frac{1}{2}$	$6\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{84}\ \frac{1}{252}$
$\backslash\frac{1}{4}$	$3\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{168}\ \frac{1}{504}$
$\backslash\frac{1}{8}$	$1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{12}\ \frac{1}{336}\ \frac{1}{1\,008}$

celkem 2 520

Počítej se 100,
až najdeš 2 520

1	100	pro podíl jednoho
10	1 000	z chlebů v mouce,
\20	2 000	je to $\mathit{\frac{1}{16}\ \frac{1}{64}}\ \frac{1}{5}$ *ro*
\5	500	
$\frac{1}{5}$	20	

1	$\mathit{\frac{1}{16}\ \frac{1}{64}}\ \frac{1}{5}$ *ro*
10	$\mathit{\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{32}}$ 2 *ro*
100	$\mathit{7\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{8}}$ měřice mouky

R71

1 džbán piva, jehož $\frac{1}{4}$ byla odlita a nahrazena vodou pro zjemnění. Jaká je kvalita?
Převeď 1 džbán na slad, vyjde $\frac{1}{2}$ slad. Odečti $\frac{1}{4}$ z toho, tedy $\mathit{\frac{1}{8}}$, zbytek je $\mathit{\frac{1}{4}\ \frac{1}{8}}$. Počítej s $\mathit{\frac{1}{4}\ \frac{1}{8}}$, až najdeš 1, vyjde $2\ \frac{2}{3}$. Kvalita je $2\ \frac{2}{3}$.

R72

Metoda nahrazení chlebů chleby. Řekne-li se ti: 100 chlebů (kvality) 10 nahradit (odpovídajícím) množstvím chlebů (kvality) 45.
Spočítej velikost 45 ku 10, vyjde 35. Počítej s 10, až najdeš 35,

vyjde 3 $\frac{1}{2}$.
Počítej se 100 (3 $\frac{1}{2}$)krát, vyjde 350. Přičti k tomu 100, vyjde 450.
Řekni: toto je nahrazení těch 100 chlebů (kvality) 10
450 chleby (kvality) 45. Převést na mouku: *10.*

R73

Řekne-li se ti: 100 chlebů (kvality) 10 nahradit kvalitou 15. Kolik je to nahrazení? Spočítej podíl
těch 100 chlebů v mouce, a to 10. Počítej s 10 15krát, vyjde 150.
Řekni: toto je příslušné nahrazení. Postup: 100 chlebů (kvality) 10
nahradit 150 chleby (kvality) 15. *10.*

R74

Další: 1 000 chlebů (kvality) 5 nahradit (kvalitou) 10 a 20. Jaké je příslušné nahrazení? Přepočítej těch 1 000 chlebů (kvality) 5, vyjde 200 měřic hornoegyptského ječmene.
Řekni: toto je mouka. Spočítej $\frac{1}{2}$ z 200 měřic, tedy 100. Počítej se 100 měřicemi 10krát, vyjde 1 000. To je podíl
kvality 10. Počítej s tím 100 měřic 20krát, vyjde 2 000. To je podíl kvality 20. Postup:

1 000 chlebů (kvality) 5 převést na mouku	200 měřic
nahradit 1 000 (chleby kvality) 10	100 měřic
nahradit 2 000 (chleby kvality) 20	100 měřic

R75

Další: 155 chlebů (kvality) 20 nahradit kvalitou 30. Převeď těch 155 chlebů (kvality) 20 na mouku, je to 7 $\mathit{\frac{1}{2}}$ $\mathit{\frac{1}{4}}$.
Počítej (s tím) 30krát, vyjde 232 $\frac{1}{2}$.

Postup:		převést na mouku:
155 chlebů (kvality) 20		7 $\mathit{\frac{1}{2}}$ $\mathit{\frac{1}{4}}$
nahradit (kvalitou) 30	232 $\frac{1}{2}$	7 $\mathit{\frac{1}{2}}$ $\mathit{\frac{1}{4}}$

R76

Další: 1 000 chlebů (kvality) 10 nahradit (příslušným) množstvím chlebů (kvality) 20 a 30.

Ať slyší:		1	$2\,\frac{1}{2}$
$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{30}$	\10	25
$1\frac{1}{2}$	1	\ 2	5
celkem $2\,\frac{1}{2}$		celkem	12

Spočítej podíl těch 1 000 chlebů v
mouce, tedy 100 měřic. Počítej (s tím) 12krát,
to, co vyjde, je 1 200: příslušné nahrazení (kvalitou) 20 a 30
1 000 chlebů (kvality) 10 převést na mouku: 100 měřic.

20	1 200	*60*
30	1 200	*40*

R77

Metoda nahrazení piva chlebem. Řekne-li se ti: 10 džbánů piva nahradit (chleby) kvality 5. Převeď těch 10 džbánů piva na mouku, je to 5.

Počítej s 5 5krát, vyjde 25. Řekni: to je příslušné nahrazení. Postup:

10 džbánů piva	*5* měřic mouky
nahradit 25 chleby (kvality) 5.	*5*

R78

Metoda nahrazení chlebů pivy. Řekne-li se ti: 100 chlebů (kvality) 10 nahradit (příslušným) množstvím piva (kvality) 2. Převeď 100 (chlebů kvality) 10
na mouku, je to 10. Počítej (s tím) 2krát to, co vyjde, je 20.
Řekni: toto je příslušné nahrazení.

R79

Majetek:

		domy	7
		kočky	49
1	2 801	myši	343
2	5 602	pšenice	2 301 *sic*
4	11 204	ječmen	16 807
celkem	19 607	celkem	19 607

R80

Míra, v níž se odměřuje pro strážce skladů výrobního okrsku.

Převést na *henu*:

měřice	.	10	$\mathit{\frac{1}{16}}$	.	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$
$\mathit{\frac{1}{2}}$	.	5	$\mathit{\frac{1}{32}}$	.	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{16}$
$\mathit{\frac{1}{4}}$	.	2 $\frac{1}{2}$	$\mathit{\frac{1}{64}}$	.	$\frac{1}{8}$ $\frac{1}{32}$
$\mathit{\frac{1}{8}}$	.	1 $\frac{1}{4}$			

R81

Jiné počítání *henu*

Když	$\mathit{\frac{1}{2}}$	. 5
	$\mathit{\frac{1}{4}}$	. 2 $\frac{1}{2}$
	$\mathit{\frac{1}{8}}$	. 1 $\frac{1}{4}$
	$\mathit{\frac{1}{16}}$	. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$
	$\mathit{\frac{1}{32}}$	. $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{16}$
	$\mathit{\frac{1}{64}}$	. $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{32}$

	Když $\mathit{\frac{1}{2}}$ $\mathit{\frac{1}{4}}$ $\mathit{\frac{1}{8}}$, v *henu* je to	8 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$
	$\mathit{\frac{1}{2}}$ $\mathit{\frac{1}{4}}$	. je to 7 $\frac{1}{2}$
je to $\frac{2}{3}$ z měřice	$\mathit{\frac{1}{2}}$ $\mathit{\frac{1}{8}}$ $\mathit{\frac{1}{32}}$ 3 *ro* $\frac{1}{3}$	. 6 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{16}$ *sic*
je to $\frac{1}{5}$ z měřice	$\mathit{\frac{1}{2}}$ $\mathit{\frac{1}{8}}$	. 6 $\frac{1}{4}$
je to $\frac{1}{3}$ z měřice	$\mathit{\frac{1}{4}}$ $\mathit{\frac{1}{8}}$	. 3 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$
je to $\frac{1}{7}$ *sic* z měřice	$\mathit{\frac{1}{4}}$ $\mathit{\frac{1}{32}}$ $\mathit{\frac{1}{64}}$ 1 $\frac{2}{3}$ *ro*	. 3 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{2}{3}$ *sic*

je to $\frac{1}{4}$ z měřice	$\frac{1}{4}$	. 2 $\frac{1}{2}$
je to $\frac{1}{5}$ z měřice	$\frac{1}{8}$ $\frac{1}{32}$ 4 *ro*	. 2
je to [$\frac{1}{6}$] z měřice	[$\frac{1}{8}$] $\frac{1}{32}$ 3 $\frac{1}{3}$ *ro*	. 1 [$\frac{2}{3}$]

Když $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{16}$ 4 *ro*	je to 2 *henu*	je to $\frac{1}{5}$ z měřice
$\frac{1}{16}$ $\frac{1}{32}$ 2 *ro*	je to 1 *henu*	je to $\frac{1}{10}$ z měřice
$\frac{1}{32}$ $\frac{1}{64}$	je to $\frac{1}{2}$ *henu*	je to $\frac{1}{20}$ z měřice
$\frac{1}{64}$ 3 *ro*	je to $\frac{1}{4}$ *henu*	je to $\frac{1}{40}$ z měřice
$\frac{1}{16}$ 1 $\frac{1}{3}$ *ro*	je to $\frac{2}{3}$ *henu*	je to $\frac{1}{30}^{sic}$ z měřice
$\frac{1}{32}$, 1 $\frac{2}{3}^{sic}$ *ro*	je to $\frac{1}{3}$ *henu*	je $\frac{1}{60}^{sic}$ měřice
$\frac{1}{64}$, 1 $\frac{1}{3}^{sic}$ *ro*	je to $\frac{1}{5}$ *henu*	je to $\frac{1}{50}$ z měřice
$\frac{1}{2}$	je to 5 *henu*	je to $\frac{1}{2}$ z měřice
$\frac{1}{4}$	je to 2 $\frac{1}{2}$	je to $\frac{1}{4}$ z měřice
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$	je to 7 $\frac{1}{2}$	je to $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ z měřice
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$	je to 8 $\frac{1}{2}^{sic}$	je to $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ z měřice
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$	je to 6 $\frac{1}{4}$ *henu*	je to $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$ z měřice
$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$	je to $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}^{sic}$ *henu*	je to $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ z měřice
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{32}$ 3 $\frac{1}{3}$ *ro*	je to 6 $\frac{2}{3}$ *henu*	je to $\frac{2}{3}$ z měřice
$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{64}$ 1 $\frac{2}{3}$ *ro*	je to 3 $\frac{1}{3}$ *henu*	je to $\frac{1}{3}$ z měřice
$\frac{1}{8}$	je to 1 $\frac{1}{4}$ *henu*	je to $\frac{1}{8}$ z měřice
$\frac{1}{16}$	je to $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$ *henu*	je to $\frac{1}{16}$ z měřice
$\frac{1}{32}$	je to $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{16}$ *z henu*	je to $\frac{1}{32}$ z měřice
$\frac{1}{64}$	je to $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{32}$ *z henu*	je to $\frac{1}{64}$ z měřice

R82

Odhad přídělů, jež mají přijít drůbeži v ohradách.

Převést na chleby, na denní podíl mouky.

husa ve výkrmu:	10 hus	*2* $\frac{1}{2}$
spočítej na	10 dní	*25*
spočítej na	40 dní	*100* měřic

co se musí namlít:	
pšenice dvouzrnná	$166\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{32}\ 3\ \frac{1}{2}$ *ro*
pšenice	$66\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{64}\ 1\ \frac{2}{3}$ *ro*
co se musí odečíst $\frac{1}{10}$	$6\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{32}\ 3\ \frac{1}{3}$ *ro*
zbytek, který se má dát	$93\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{64}\ 1\ \frac{2}{3}$ *ro*
spočítej v obilí v měřicích	$93\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{64}\ 1\ \frac{2}{3}$ *ro*
spočítej ve dvojměřicích	$47\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{64}\ 3\ \frac{1}{3}$ *ro*

R82B

Množství, které sní 10 hus		$1\ \frac{1}{4}$
spočítat na	10 dní	$12\ \frac{1}{4}$ [sic]
	40	*50*

spočítej v obilí ve dvojměřicích $23\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{8}\ \ 4\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{6}$ *ro*

R83

Potrava pro 4 husy,

které jsou zavřené, je 1 *henu* dolnoegyptského ječmene,

podíl jedné husy je $\frac{1}{64}$ 3 *ro*.

Potrava pro husu, jež žije na rybníku,

je $\frac{1}{16}\ \frac{1}{32}$ 2 *ro*, což je 1 *henu* pro 1 husu.

Spočítat pro 10 hus 1 měřice dolnoegyptského ječmene

10 dní	10 měřic
měsíc	30 měřic

Denní podíl potravy pro husu ve výkrmu

co sní:	$\frac{1}{8}\ \frac{1}{32}\ \ 3\ \frac{1}{3}$ *ro*	1 pták	
cerep	$\frac{1}{8}\ \frac{1}{32}\ \ 3\ \frac{1}{3}$ *ro*	1 pták	
jeřáb	$\frac{1}{8}\ \frac{1}{32}\ \ 3\ \frac{1}{3}$ *ro*	1	
set	$\frac{1}{32}\ \frac{1}{64}\ \ 1$ *ro*	1	
ser	$\frac{1}{64}\ \ 3$ *ro*	1	
hrdlička	3 *ro*	1	
křepelka	3 *ro*	1	celkem

R84

Odhad potravy pro stáj býků

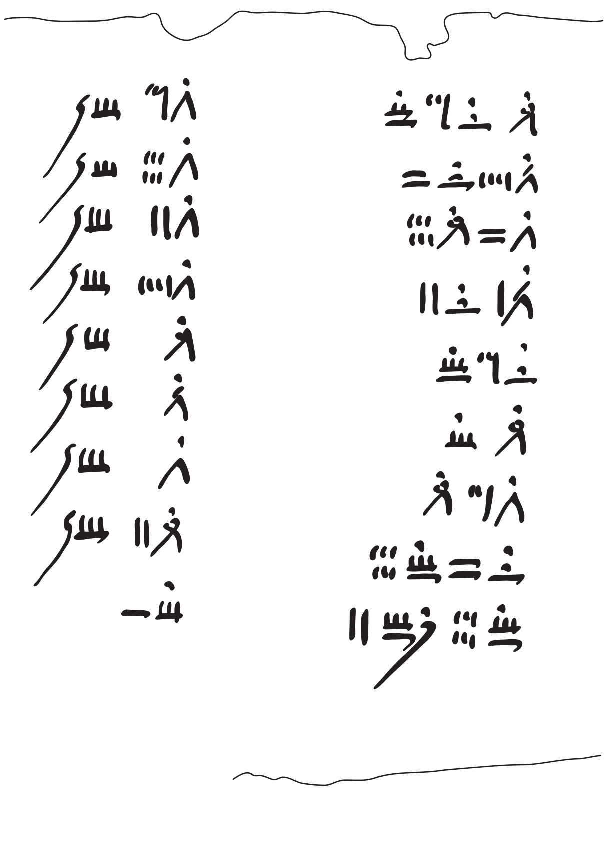
	krmení... měřic		krmení... měřic
obětní býci *iwa* spořádají			
4 dobří hornoegyptští býci	24		*2*
2 dobří hornoegyptští býci	22		*6*
3 obyčejní býci	20		*2*
co spořádá 1 ... býk	20		
celkem	8	6	*10*
spočítat v pšenici		9	7 $\frac{1}{2}$
spočítat na 10 dní		90	75
spočítat na měsíc		200	90
spočítat ve dvojnásobných měřicích		*61* $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$ 3 *ro*	*30*

II.6 Kožený svitek

Svitek byl nalezen spolu s Rhindovým papyrem poblíž Ramessea v oblasti dnešního Luxoru; tam oba texty roku 1858 zakoupil A. H. Rhind. Roku 1864 se kožený svitek stal součástí sbírky Britského muzea (BM 10250).

Písmo výpočtů na svitku se blízce podobá písmu Rhindova matematického papyru, můžeme tedy předpokládat, že svitek i papyrus pocházejí přibližně ze stejné doby.

Svitek měří $44{,}1 \times 26$ cm a písmo je dosud dobře čitelné. Na svitku jsou zapsány čtyři sloupce textu, jež jsou v překladu vyznačeny římskými číslicemi.



Literatura:

S. R. K. Glanville, „The Mathematical Leather Roll in the British Museum“, *Journal of Egyptian Archaeology* 13 (1927), s. 232–239

I

$\frac{1}{10}\ \frac{1}{40}$ to je $\frac{1}{8}$
$\frac{1}{5}\ \frac{1}{20}$ to je $\frac{1}{4}$
$\frac{1}{4}\ \frac{1}{12}$ to je $\frac{1}{3}$
$[\frac{1}{10}]\ \frac{1}{10}$ to je $\frac{1}{5}$
$[\frac{1}{6}\ \frac{1}{6}]$ to je $\frac{1}{3}$
$[\frac{1}{6}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{6}]$ to je $\frac{1}{2}$
$[\frac{1}{3}\ \frac{1}{3}]$ to je $\frac{2}{3}$
$[\frac{1}{25}]\ \frac{1}{15}\ \frac{1}{75}\ \frac{1}{200}$ to je $\frac{1}{8}$
$\frac{1}{50}\ \frac{1}{30}\ \frac{1}{150}\ \frac{1}{400}$ to je $\frac{1}{16}$
$\frac{1}{25}\ \frac{1}{50}\ \frac{1}{150}$ to je $\frac{1}{6}^{sic}$
$[\frac{1}{9}\ \frac{1}{18}]$ to je $\frac{1}{6}$
$[\frac{1}{7}\ \frac{1}{14}]\ \frac{1}{28}$ to je $\frac{1}{4}$
$[\frac{1}{12}\ \frac{1}{2]4}$ to je $[\frac{1}{8}]$
$\frac{1}{14}\ \frac{1}{21}\ \frac{1}{42}$ to je $[\frac{1}{7}]$
$[\frac{1}{18}\ \frac{1}{2]7}\ \frac{1}{54}$ to je $[\frac{1}{9}]$
$[\frac{1}{12}^{sic}\ \frac{1}{33}]\ \frac{1}{66}$ to je $[\frac{1}{11}]$
$[\frac{1}{28}\ \frac{1}{49}]\ \frac{1}{196}$ to je $[\frac{1}{13}]^{sic}$

II

$\frac{1}{30}\ \frac{1}{45}\ \frac{1}{90}$ to je $\frac{1}{15}$
$\frac{1}{24}\ \frac{1}{48}$ to je $\frac{1}{16}$
$\frac{1}{18}\ \frac{1}{36}$ to je $\frac{1}{12}$
$\frac{1}{21}\ \frac{1}{42}$ to je $\frac{1}{14}$
$\frac{1}{45}\ \frac{1}{90}$ to je $\frac{1}{30}$
$\frac{1}{30}\ \frac{1}{60}$ to je $\frac{1}{20}$
$\frac{1}{15}\ \frac{1}{30}$ to je $\frac{1}{10}$
$\frac{1}{48}\ \frac{1}{96}$ to je $\frac{1}{32}$
$\frac{1}{96}\ \frac{1}{192}$ $\frac{1}{64}$

III

$\frac{1}{10}\ \frac{1}{40}$ to je $\frac{1}{8}$
$\frac{1}{5}\ \frac{1}{20}$ to je $\frac{1}{4}$
$\frac{1}{4}\ \frac{1}{12}$ to je $\frac{1}{3}$
$\frac{1}{10}\ \frac{1}{10}$ to je $\frac{1}{5}$
$\frac{1}{6}\ \frac{1}{6}$ to je $\frac{1}{3}$
$\frac{1}{6}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{6}$ to je $\frac{1}{2}$
$\frac{1}{3}\ \frac{1}{3}$ to je $\frac{2}{3}$
$\frac{1}{25}\ \frac{1}{15}\ \frac{1}{75}\ \frac{1}{200}$ to je $\frac{1}{8}$
$\frac{1}{50}\ \frac{1}{30}\ \frac{1}{150}\ \frac{1}{400}$ to je $\frac{1}{16}$
$\frac{1}{25}\ \frac{1}{50}\ \frac{1}{150}$ to je $\frac{1}{6}^{sic}$
$\frac{1}{9}\ \frac{1}{18}$ to je $\frac{1}{6}$
$\frac{1}{7}\ \frac{1}{14}\ \frac{1}{28}$ to je $\frac{1}{4}$
$\frac{1}{12}\ \frac{1}{24}$ to je $\frac{1}{8}$

IV

$\frac{1}{18}\ \frac{1}{36}$ to je $\frac{1}{12}$
$\frac{1}{21}\ \frac{1}{42}$ to je $\frac{1}{14}$
$\frac{1}{45}\ \frac{1}{90}$ to je $\frac{1}{30}$
$\frac{1}{30}\ \frac{1}{60}$ to je $\frac{1}{20}$
$\frac{1}{15}\ \frac{1}{30}$ to je $\frac{1}{10}$
$\frac{1}{48}\ \frac{1}{96}$ to je $\frac{1}{32}$
$\frac{1}{96}\ \frac{1}{192}$ $\frac{1}{64}$

$\frac{1}{14}$ $\frac{1}{21}$ $\frac{1}{42}$	to je $\frac{1}{7}$
$\frac{1}{18}$ $\frac{1}{27}$ $\frac{1}{54}$	to je $\frac{1}{9}$
$\frac{1}{12}^{sic}$ $\frac{1}{33}$ $\frac{1}{66}$	to je $\frac{1}{11}$
$\frac{1}{28}$ $\frac{1}{49}$ $\frac{1}{196}$	to je $\frac{1}{13}^{sic}$
$\frac{1}{30}$ $\frac{1}{45}$ $\frac{1}{90}$	to je $\frac{1}{15}$
$\frac{1}{2[4]}$ $\frac{1}{[48]}$	to je $\frac{1}{[1]6}$

Vybraná literatura

Allen, J. P., *Middle Egyptian: an Introduction to the Language and Culture of Hieroglyphs*, Cambridge 2000

Birch, S., „Geometric papyrus“, *Zeitschrift für ägyptische Sprache und Altertumskunde* 6 (1868), s. 108–110

Bečvář, J. – Bečvářová, M. – Vymazalová, H., *Matematika ve starověku. Egypt a Mezopotámie*, Dějiny matematiky 23, Praha 2003

Borchardt, L., „Der Inhalt der Halbkugel nach einem Papyrusfragment des Mittleren Reiches“, *Zeitschrift für ägyptische Sprache und Altertumskunde* 35 (1897), s. 150–152

Borchardt, L., „Wie wurden die Böschungen der Pyramiden bestimmt?“, *Zeitschrift für ägyptische Sprache und Altertumskunde* 31 (1893), s. 9–17

Bruckheimer, M. – Salomon, Y., „Some comments on R. J. Gillings' analysis of the 2/n table in the Rhind papyrus“, *Historia Mathematica* 4 (1977), s. 445–452

Brugsch, H., „Ueber den mathematischen Papyrus im britischen Museum zu London“, *Zeitschrift für ägyptische Sprache und Altertumskunde* 12 (1874), s. 147–149

Bruins, E. M., „The part in ancient Egyptian mathematics“, *Centaurus* 19 (1975), s. 241–251

Budge, E. A. W. (ed.), *Facsimile of the Rhind Mathematical Papyrus*, London 1898

Butler, H. R., *Egyptian Pyramid Geometry. Architectural and Mathematical Patterning in Dynasty IV Egyptian Pyramid Complexes*, Mississauga 1998

Calice, F., „Zur Böschungsbestimmung im Pap. Rhind“, *Zeitschrift für ägyptische Sprache und Altertumskunde* 40 (1902), s. 147

Caminos, R. A., „Fragmentary duplicate of papyrus Anastasi I in the Turin Museum“, *The Journal of Egyptian Archaeology* 44 (1958), s. 3–4

Cantor, M., *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, Leipzig 1894

Cantor, M., „Über die sogennanten Seqd der ägyptischen Mathematiker“, *Sitzungsberichte der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften Abth. II, Vienna* 90 (1884), s. 475–477

Chace, A. B., *The Rhind Mathematical Papyrus: Free Translation and Commentary with Selected Photographs, Translations, Transliterations and Literal Translations*, Classics in Mathematics Education 8, Oberlin 1927–1929, reprint 1979

Clagett, M., *Ancient Egyptian Science* I–II, Philadelphia 1992–95

Clarke, S. – Engelbach, R., *Ancient Egyptian Construction and Architecture*, New York 1990

Cooke, R., *The History of Mathematics. A Brief Course*, New York 1997

Couchoud, S., *Mathématiques egyptiennes: recherches sur les connaissances mathématiques de l'Egypte pharaonique*, Paris 1993

Černý, J., *Paper & Books in Ancient Egypt*, London 1952

Daressy, G., *Catalogue générale des Antiquités égyptiennes du Musée de Cairo. Ostraca*, Cairo 1901, s. 95–96

Daressy, G., „Calculs égyptiens du Moyen-empire“, *Recueil de Travaux rélatifs a la Philologie et a l'Archéologie égyptiennes et assyriennes* 28 (1906), s. 62–72

Eisenlohr, A., *Ein mathematisches Handbuch der alten Aegypter (Papyrus Rhind des British Museum)*, Leipzig 1877

Engels, H., „Quadrature of the circle in ancient Egypt“, *Historia Mathematica* 4 (1977), s. 137–140

Fowler, D., *The Mathematics of Plato's Academy*, Oxford 1999

Gardiner, A. H., *Egyptian Hieratic Texts of the New Kingdom. Series 1: Literary Texts of the New Kingdom. Part 1: The Papyrus Anastasi I and the Papyrus Koller*, Leipzig 1911

Gardiner, A. H., *Egyptian Grammar: Being an Introduction to the Study of Egyptian Hieroglyphs*, Oxford 1957

Gardner, M., „Decimal fractions“, http://egyptianfractions.blogspot.com

Gardner, M., „Akhmim wooden tablet“, http://akhmimwoodentablet.blogspot.com

Gardner, M., „Egyptian mathematical leather roll“, http://emlr.blogspot.com/

Gennaro, A., „A consistent solution of the problem 53 in the Rhind mathematical papyrus“, The Eighth International Congress of Egyptologists, Cairo 28 March – 3 April 2000

Gerdes, P., „Three alternate methods of obtaining the ancient Egyptian formula for the area of a circle“, *Historia Mathematica* 12 (1985), s. 261–268

Gillain, O., *La science égyptienne: L’arithmétique au Moyen Empire*, Bruxelles 1927

Gillings, R. J., „The volume of a truncated pyramid in ancient Egyptian papyri“, *Mathematics Teacher* 57 (1964), s. 552–555

Gillings, R. J., „The addition of Egyptian unit fractions“, *The Journal of Egyptian Archaeology* 51 (1965), s. 95–106

Gillings, R. J., *Mathematics in the Times of the Pharaohs*, Cambridge 1972

Gillings, R. J., „The recto of the Rhind mathematical papyrus: how did the ancient Egyptian scribe prepare it?“, *The Archive for History of Exact Sciences* 12 (1974), s. 291–298

Gillings, R. J., „What’s the relation between EMLR and the RMP recto?“, *Archive for History of Exact Sciences* 14 (1975), s. 159–167

Glanville, S. R. K., „The mathematical leather roll in the British Museum“, *The Journal of Egyptian Archaeology* 13 (1927), s. 232–239

Griffith, F. L., *Hieratic Papyri from Kahun and Gurob*, London 1898

Guggenbuhl, L., „The New York fragments of the Rhind mathematical papyrus“, *Mathematics Teacher* 57 (1964), s. 406–410

Gunn, B., „Review of ”The Rhind Mathematical Papyrus” by T. E. Peet“, *The Journal of Egyptian Archaeology* 12 (1926), 123ff.

Gunn, B. – Peet. T. E., „Four geometrical problems from the Moscow mathematical papyrus“, *The Journal of Egyptian Archaeology* 15 (1929), s. 167–185

Harris, J. R., *The Legacy of Egypt*, Oxford 1971

Imhausen, A., *Rechnungen aus dem Niltal – Probleme ägyptischer Mathematik am Beispiel des mathematischen Papyrus Moskau*, diplomová práce, Freie Universität Berlin 1996

Imhausen, A., *Ägyptische Algorithmen: eine Untersuchung zu den mittelägyptischen mathematischen Aufgabentexten*, Ägyptologische Abhandlungen 65, Wiesbaden 2003

Janák, J., *Brána nebes. Bohové & démoni starého Egypta*, Praha 2005

Jürss, F. (ed.), *Geschichte der wissenschaftlichen Denkens im Altertum*, Berlin 1982

Knorr, W., „Techniques of fractions in ancient Egypt and Greece“, *Historia Mathematica* 9 (1982), s. 133–171

Kolman, A., *Dějiny matematiky ve starověku*, Praha 1968

Lehner, M., *The Complete Pyramids*, London 1997

Lepre, J. P., *The Egyptian Pyramids: a Comprehensive, Illustrated Reference*, Jefferson, London, 1990

Lexa, F., „O staroegyptských měrách délkových a plošných“, *Zeměměřičský věstník* 15 (1927), s. 14–22, 36–39

Lumpkin, B., „Note: the Egyptians and pythagorean triples“, *Historia Mathematica* 7 (1980), s. 186–187

Lyons, H., „Two notes on land-measurement in ancient Egypt“, *The Journal of Egyptian Archaeology* 12 (1926), s. 242–244

Möller, G., „Die Zeichen für die Bruchteile des Hohlmaßes und das Uzatauge“, *Zeitschrift für ägyptische Sprache und Altertumskunde* 48 (1911), s. 99–105

Neugebauer, O., *Die Grundlagen der ägyptischen Bruchrechnung*, Berlin 1926

Neugebauer, O., „Zur ägyptischen Bruchrechnung“, *Zeitschrift für ägyptische Sprache und Altertumskunde* 64 (1929), s. 44–48

Neugebauer, O., „Über den Scheffel und seine Teile“, *Zeitschrift für ägyptische Sprache und Altertumskunde* 65 (1930), s. 42–48

Neugebauer, O., „Arithmetic und Rechnentechnik der Ägypter“, *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik*, B.1, Berlin 1931, s. 301–381

Neugebauer, O., „Die Geometrie der ägyptischen mathematischen Texte“, *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik*, B.1, Berlin 1931, s. 413–452

Neugebauer, O., *The Exact Sciences of Antiquity*, Copenhagen 1951

Neugebauer, O., *Vorlesungen über Geschichte der antiken mathematischen Wissenschaften* I, New York 1969

Neugebauer, O., „On the orientation of pyramids“, *Centaurus* 24 (1980), s. 1–3

Nicolson, T. – Shaw, I., *Ancient Egyptian Material and Technology*, Cambridge 2000

Nims, Ch. F., „The bread and beer problems of the Moscow mathematical papyrus“, *The Journal of Egyptian Archaeology* 44 (1958), s. 56–65

Peet, T. E., *The Rhind Mathematical Papyrus. Transcription, Translation and Commentary*, London 1923

Peet, T. E., „Arithmetic in the Middle Kingdom“, *The Journal of Egyptian Archaeology* 9 (1923), s. 91–95

Peet, T. E., „A problem in Egyptian geometry“, *The Journal of Egyptian Archaeology* 17 (1931), s. 100–106

Peet, T. E., „Notices of recent publications: Mathematischer papyrus des Staatlichen Museums der Schönen Künste in Moskau. Von W. W. Struve“, *The Journal of Egyptian Archaeology* 17 (1931), s. 154–160

Perepelkin, J. J., „Die Aufgabe Nr. 62 des mathematischen Papyrus Rhind“, *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik*, B.1, Berlin 1931, s. 108–110

Pinch, G., *Magic in Ancient Egypt*, London 1994

Rees, C. S., „Egyptian fractions“, *Mathematical Chronicle* 10 (1981), s. 13–30

Reineke, W. F., *Gedanken und Materialien zur Frühgeschichte der Mathematik in Ägypten*, doktorská disertace, Berlin

Reineke, W. F., „Der Zusammenhang der altägyptischen Hohl- und Längenmasse“, *Mitteilungen des Instituts für Orientforschung der Deutschen Akademie des Wissenschaften zu Berlin* 9 (1963), s. 145–163

Reineke, W. F., „Gedanken zur vermutlichen Alter der mathematischen Kenntnisse im Alten Ägypten“, *Zeitschrift für ägyptische Sprache und Altertumskunde* 105 (1978), s. 67–76

Reineke, W. F., „Ägypten – Mathematik“, Jürss, F. a kol., *Geschichte des wissenschaftlichen Denkens im Altertum*, Berlin 1982

Reineke, W. F., „Mathematik und Gesellschaft im Alten Ägypten“, Reineke, W. F., *Acts. First International Congress of Egyptology (Cairo 1976)*, 1979, s. 543–552

Rising, G. R., „The Egyptian use of unit fractions for equitable distribution“, *Historia Mathematica* 1 (1974), s. 93–94

Robins, G., „The 14 to 11 proportion in Egyptian architecture“, *Discussions in Egyptology* 16 (1990), s. 75–80

Robins, G., „Irrational numbers and pyramids“, *Discussions in Egyptology* 18 (1990), s. 43–53

Robins, G. – Shute, Ch., „Mathematical bases of ancient Egyptian architecture and graphic art“, *Historia Mathematica* 12 (1985), s. 107–122

Robins, G. – Shute, Ch., *The Rhind Mathematical Papyrus. An Ancient Egyptian Text*, London 1990

Sethe, K., „Das Zahlwort 10“, *Zeitschrift für ägyptische Sprache und Altertumskunde* 34 (1886), s. 90

Sethe, K., „Zum Zahlwort „hundert““, *Zeitschrift für ägyptische Sprache und Altertumskunde* 31 (1893), s. 112–113

Sethe, K., „Eine bisher unbeachtete Bildung für die Ordinalzahlworte im Neuägyptischen“, *Zeitschrift für ägyptische Sprache und Altertumskunde* 38 (1900), s. 144–145

Sethe, K., „Untersuchungen über ägyptischen Zahlwörter“, *Zeitschrift für ägyptische Sprache und Altertumskunde* 47 (1910), s. 1–41

Sethe, K., *Von Zahlen und Zahlworten bei den alten Ägyptern*, Straßburg 1916

Schack, Gr., „Bemerkungen zu Prof. Eisenlohr's Ausgabe des mathematischen Papyrus Rhind“, *Recueil de Travaux rélatifs a la Philologie et a l'Archéologie égyptiennes et assyriennes* 3 (1882), s. 152–154

Schack-Schackenburg, H., „Die angebliche Berechnung der Halbkugel“, *Zeitschrift für ägyptische Sprache und Altertumskunde* 37 (1899), s. 78–79

Schack-Schackenburg, H., „Der Berliner Papyrus 6619“, *Zeitschrift für ägyptische Sprache und Altertumskunde* 38 (1900), s. 135–140

Schack-Schackenburg, H., „Das kleinere Fragment des Berliner Papyrus 6619“, *Zeitschrift für ägyptische Sprache und Altertumskunde* 40 (1902), s. 65–66

Schack-Schackenburg, H., „Nr.60 des mathematischen Handbuchs“, *Zeitschrift für ägyptische Sprache und Altertumskunde* 41 (1904), s. 79–80

Struve, V. V., *Mathematischer Papyrus des Staatlichen Museums der schönen Künste in Moscau*, Berlin 1930

Thomas, W. R., „Moscow Mathematical Papyrus, No.14“, *The Journal of Egyptian Archaeology* 17 (1931), s. 50–52

Turajev, V. A., *Drevnij Jegipt*, Petrohrad 1922

Verner, M., *Pyramidy: tajemství minulosti*, Praha 1997

Vogel, K., „The truncated pyramid in Egyptian mathematics“, *The Journal of Egyptian Archaeology* 16 (1930), s. 242–249

Vogel, K., *Vorgriechische Mathematik I. Vorgeschichte und Ägypten*, Hannover 1958

Vymazalová, H., „ʿḥʿ-problems in ancient Egyptian mathematical texts“, *Archiv Orientální* 69 (2001), s. 571-582

Vymazalová, H., „The wooden tablets from Cairo: the use of the grain unit *ḥḳꜣt* in ancient Egypt“, *Archiv Orientální* 70 (2002), s. 27-42

Vymazalová, H., „Svitek písaře Ahmose: Rhindův papyrus a výuka matematiky ve starověkém Egyptě“, Mynářová, J. (ed.), *Pražské egyptologické studie* 1 (2002), s. 197-206

Vymazalová, H., „Odraz úřednické praxe v úlohách Rhindova matematického papyru“, Mynářová, J. (ed.), *Pražské egyptologické studie* 2 (2003), s. 202-212

Vymazalová, H., „Zkusme měřit měřicí“, Mynářová, J. (ed.), *Pražské egyptologické studie* 3 (2004), s. 159-167

Van der Waerden, B. L., *Science Awakening*, New York 1963

Van der Waerden, B. L., *Geometry and Algebra in Ancient Civilizations*, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo 1983

STAROEGYPTSKÁ MATEMATIKA

HIERATICKÉ MATEMATICKÉ TEXTY

Hana Vymazalová

Edice **Dějiny matematiky**, 31. svazek

Vydal
Český egyptologický ústav Filozofické fakulty Univerzity Karlovy v Praze,
Celetná 20, 110 01 Praha 1, ve spolupráci s Jednotou českých matematiků a fyziků

Kniha vychází s finanční podporou MŠMT, vědecko-výzkumný záměr
č. MSM-0021620826

Sazba programem LaTeX 2$_\varepsilon$

Vydání 1., Praha 2006
Tisk SERIFA® s.r.o., Jinonická 80, 115 00 Praha 5

ISBN 80-7308-156-3

Přehled vydaných svazků edice DĚJINY MATEMATIKY

1. J. Bečvář, E. Fuchs (ed.): *Historie matematiky I*, 1994

2. J. Bečvář a kol.: *Eduard Weyr (1852–1903)*, 1995

3. J. Bečvář, E. Fuchs (ed.): *Matematika v 19. století*, 1996

4. J. Bečvář, E. Fuchs (ed.): *Člověk, umění, matematika*, 1996

5. J. Bečvář (ed.): *Jan Vilém Pexider (1874–1914)*, 1997

6. P. Šarmanová, Š. Schwabik: *Malý průvodce historií integrálu*, 1996

7. J. Bečvář, E. Fuchs (ed.): *Historie matematiky II*, 1997

8. P. Šišma: *Teorie grafů (1736–1963)*, 1997

9. K. Mačák: *Počátky počtu pravděpodobnosti*, 1997

10. M. Němcová: *František Josef Studnička (1836–1903)*, 1998

11. J. Bečvář, E. Fuchs (ed.): *Matematika v proměnách věků I*, 1998

12. J. Bečvář, E. Fuchs (ed.): *Matematika v 16. a 17. století*, 1999

13. M. Bečvářová: *Z historie Jednoty (1862–1869)*, 1999

14. K. Lepka: *Historie Fermatových kvocientů (Fermat – Lerch)*, 2000

15. K. Mačák: *Tři středověké sbírky matematických úloh*, 2001

16. J. Bečvář, E. Fuchs (ed.): *Matematika v proměnách věků II*, 2001

17. E. Fuchs (ed.): *Mathematics throughout The Ages*, 2001

18. K. Mačák, G. Schuppener: *Matematika v jezuitském Klementinu v letech 1600–1740*, 2001

19. J. Bečvář a kol.: *Matematika ve středověké Evropě*, 2001

20. M. Bečvářová: *Eukleidovy Základy, jejich vydání a překlady*, 2001

21. P. Šišma: *Matematika na německé technice v Brně*, 2002

22. M. Hykšová: *Karel Rychlík (1885–1968)*, 2003

23. J. Bečvář, M. Bečvářová, H. Vymazalová: *Matematika ve starověku. Egypt a Mezopotámie*, 2003

24. J. Bečvář, E. Fuchs (ed.): *Matematika v proměnách věků III*, 2003

25. E. Fuchs (ed.): *Mathematics throughout The Ages II*, 2004

26. K. Mačák: *Vývoj teorie pravděpodobnosti v českých zemích do roku 1938*, 2005

27. Z. Kohoutová, J. Bečvář: *Vladimír Kořínek (1899–1981)*, 2005

28. J. Bečvář, M. Bečvářová, J. Škoda: *Emil Weyr a jeho pobyt v Itálii v roce 1870/71*, 2006

29. A. Slavík: *Product Integration, Its History And Applications*, 2007

30. L. Lomtatidze: *Historický vývoj pojmu křivka*, 2006