

# UKÁZKOVÁ ZÁPOČTOVÁ PÍSEMKA

**Příklad 1.** Zahradník má devět nerozeznatelných cibulek tulipánů. Šest z nich patří červené odrůdě a tři žluté. Zahradník si vybere čtyři cibulky.

- (a) Jaké je rozdělení počtu vybraných žlutých tulipánů?
- (b) Po nějaké době se zahradníkovi pět cibulek ztratí. Jaký je střední počet červených tulipánů, které mu zůstaly?

**Příklad 2.** Adam a Blanka si vymysleli sázku. V krabici je 10 bílých a 5 černých koulí. Adam z nich náhodně vybere 3 a vloží je (bez podívání na barvu) do osudí. Blanka má z osudí vytáhnout jednu kouli. Pokud bude bílá vyhrává Blanka a Adam jí dá 100 Kč.

- (a) Kolik má být sázka spravedlivá pro Blanku, tedy částka, kterou má Blanka vsadit, aby její střední výhra byla 0?
- (b) Blanka dostane možnost 30 krát vytáhnout a opět vrátit jednu kouli, přičemž se může podívat na barvu. Jak by mohla Blanka odhadnout, jakou má pravděpodobnost vytažení bílé koule?
- (c) Jaké je rozdělení Blančiny výhry?

**Příklad 3.** V krabici se 100 výrobky je náhodný počet vadných výrobků. Víme, že tento počet má rozdělení (téměř) Poissonovo se střední hodnotou 9 a s rozptylem 9.

- (a) S jakou pravděpodobností máme takové štěstí, že ve 100 krabicích je méně než 855 vadných výrobků?
- (b) Jaká je střední hodnota a rozptyl bezvadných výrobků v krabici?
- (c) Kolik krabic bychom si měli koupit, abychom s pravděpodobností alespoň 0,9 měli nejméně 8000 bezvadných výrobků?

**Příklad 4.** Náhodný vektor  $(X, Y)$  má spojitě rozdělení s hustotou

$$f(x, y) = \begin{cases} 2 & 0 < x < y < 1, \\ 0 & \text{jinde.} \end{cases}$$

- (a) Určete korelační matici tohoto náhodného vektoru.
- (b) Určete pravděpodobnost  $\mathbb{P}(X < Y/2)$

$x$	0.0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
$\Phi(x)$	0.5000	0.6915	0.8413	0.9332	0.9772	0.9938	0.9987
$x$	0.05	0.10	0.50	0.90	0.95	0.975	0.99
$\Phi^{-1}(x)$	-1.6449	-1.2816	0	1.2816	1.6449	1.96	2.3263