

## DOMÁCÍ ÚKOL Z NMAI059

Termín odevzdání: 30.11.2018 na hodině

**Příklad 1.** Adam přichystal na oslavu tři druhy zákusků, od každého tři kusy. Na oslavu dorazilo pět Adamových přátel a každý z nich si náhodně vybral jeden zákusek.

- S jakou pravděpodobností si nyní už Adam nemůže vybrat ze všech třech druhů zákusků?
- S jakou pravděpodobností zůstanou na stole všechny tři druhy zákusků i poté, co si vybere i Adam?
- Jestliže po výběru Adamových přátel zůstal na stole pouze jeden věneček, s jakou pravděpodobností zůstane tento zákusek na výběr i poté, co si vybral Adam?

**Příklad 2.** Uvažujme standardní balíček 32 karet. Z tohoto balíčku náhodně vybereme dvě karty a budeme uvažovat náhodný vektor  $(X, Y)^\top$ , kde  $X$  udává počet srdcových karet a  $Y$  počet králů.

- Určete sdružené a marginální rozdělení  $(X, Y)^\top$ .
- Spočítejte korelaci  $X$  a  $Y$  a rozhodněte, zda jsou  $X$  a  $Y$  nezávislé.

Z balíčku se nám poztrácelo 8 karet, máme tedy již pouze 24 karet, z nichž je neznámý počet  $0 \leq a \leq 8$  srdcových. Chtěli bychom zjistit hodnotu  $a$ , ale jediné co smíme, je vytáhnout náhodně dvě karty a podívat se, kolik z nich je srdcových. Označme tuto náhodnou veličinu jako  $Z$ .

- Určete střední hodnotu  $Z$ .
- Výše uvedený pokus provedeme  $n$ -krát. Máme tedy k dispozici  $n$  realizací náhodné veličiny  $Z$ , tj.  $Z_1, \dots, Z_n$ . Navrhněte, jak bychom pomocí nich mohli odhadnout neznámé  $a$ .
- Proveďte prakticky pokus z (d): Odstraňte náhodně z balíčku 32 karet 8 karet a z takto zbylého balíčku proveďte  $Z_1, \dots, Z_n$  pro  $n = 20$  a odhadněte  $a$ . Nakonec porovnejte se skutečností.

**Příklad 3.** Doba výpočtu (v sekundách) určité úlohy s náhodným vstupem je náhodná veličina s rozdělením s hustotou

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x^3} & x \geq 1, \\ 0 & x < 1. \end{cases}$$

- Určete pravděpodobnost toho, že výpočet skončí do 5 sekund. Vyznačte tuto pravděpodobnost v grafu hustoty  $f$ .
- Určete střední hodnotu doby výpočtu.
- Určete rozptyl doby výpočtu.
- Předpokládejme, že umíme generovat náhodnou veličinu  $U$  s rovnoměrným rozdělením na  $[0, 1]$ . Navrhněte, jak lze pomocí  $U$  generovat  $X$ .
- Pomocí postupu z předchozího bodu nagenerte nezávislé realizace  $X_1, \dots, X_n$ . Nakreslete graf porovnání empirické distribuční funkce a teoretické distribuční funkce. Proveďte pro  $n = 20$ ,  $n = 100$  a  $n = 1000$ . Popište, co pozorujete. Dále porovnejte průměr  $X_1, \dots, X_n$  se střední hodnotou  $X$  a opět okomentujte.

Kromě samotných výsledků odevzdejte i vytištěný zdrojový kód k tomuto bodu.