

PŘÍKLADY K CVIČENÍ Č.7

III.1. NÁHODNÝ VÝBĚR

Cvičení 1. Uvažujme společenskou hru "Tik Tak Bum", ve které se využívá elektronická bomba, která náhodný čas tiká (a během tohoto času hráči střídavě vymýšlejí slova a bombu si předávají) a následně bomba zvukově vybuchne. Princip hry je založen na tom, že nikdo dopředu neví, jak dlouho bude bomba tikat, než vybuchne. Označme jako X náhodnou veličinu udávající čas od spuštění do výbuchu bomby. Tato veličina má tedy neznámé rozdělení s neznámou distribuční funkcí F .

- (a) Nejprve bychom rádi odhadli střední dobu tikání bomby. Navrhněte vhodný postup a vhodný odhad.
- (b) Spočítejte střední hodnotu a rozptyl odhadu z (a). Jak se budou tyto hodnoty měnit, budeme-li zvyšovat počet pozorování?
- (c) Zřejmě lze předpokládat, že náhodná veličina X má spojitě rozdělení s hustotou f na intervalu $[a, b]$, kde $0 \leq a < b$ jsou nějaká neznámá reálná čísla. Navrhněte, jak bychom mohli odhadnout b (resp. a). Vyjádřete rozdělení (distribuční funkci a hustotu) těchto odhadů pomocí F a f .
- (d) Kdyby rozdělení X bylo rovnoměrné na $[a, b]$, jaká by byla střední hodnota odhadů z (c)? Vyšetřete chování rozdělení těchto odhadů (distribuční funkce) pro $n \rightarrow \infty$.
- (e) Navrhněte postup, jak bychom mohli odhadnout pravděpodobnost, že bomba bude tikat méně než 10 sekund. Spočítejte střední hodnotu a rozptyl takového odhadu.
- (f) Pomocí čeho bychom mohli (alespoň přibližně) ověřit, zda je předpoklad rovnoměrného rozdělení z (d) vhodný pro naši veličinu X ?

Cvičení 2. Náhodná veličina X je indikátor jevu, zda náhodně vybraná osoba píše primárně levou rukou.

- (a) Jaké rozdělení má X ? Co vyjadřuje parametr tohoto rozdělení? Jaká je střední hodnota a rozptyl X ?
- (b) Navrhněte, jak bychom na našem cvičení mohli odhadnout pravděpodobnost, že je náhodně vybraná osoba levák.
- (c) Jaká je střední hodnota a rozptyl odhadu z (b)?
- (d) Experiment proved'te. Porovnejte obdržžený výsledek s obecně uváděným faktem, že leváků je v populaci 10%.

Cvičení 3. Porovnejte příklady 1 a 2 jak se liší náš přístup k "modelování" rozdělení X ?