

PŘÍKLADY K CVIČENÍ Č.5

II.4. NÁHODNÉ VEKTORY

1. DISKRÉTNÍ NÁHODNÉ VEKTORY

Cvičení 1. Pravděpodobnost narození dcery je stejná jako pravděpodobnost narození syna. Náhodná veličina X udává počet dcer v náhodně vybrané rodině se třemi dětmi, veličina Y udává počet starších bratrů nejmladšího dítěte v téže rodině.

- Odvoďte rozdělení náhodného vektoru (X, Y) .
- Jaké jsou marginální rozdělení X a Y ?
- Jsou veličiny X a Y nezávislé?
- Navrhněte na stejném pravděpodobnostním prostoru dvojici náhodných veličin (U, V) , které jsou nezávislé.

Cvičení 2. V šuplíku je 6 ponožek: 2 bílé, 2 černé a 2 oranžové. Potmě náhodně vytáhneme z šuplíku 3 ponožky. Označme jako X počet vytažených bílých ponožek a Y je počet vytažených oranžových ponožek.

- Napište tabulku rozdělení náhodného vektoru $(X, Y)^T$. Určete, s jakou pravděpodobností jsou mezi třemi vytaženými ponožkami alespoň dvě stejné.
- Jsou X a Y nezávislé?

2. DVOJNÝ INTEGRÁL

Cvičení 3. Bud' $B = [0, 1] \times [1, 2] = \{(x, y); x \in [1, 2], y \in [0, 1]\}$. Spočítejte

$$\iint_B y^x dy dx.$$

Cvičení 4. Bud' $B = \{(x, y); x^2 - y + 2 \leq 0, x + y - 4 \leq 0\}$. Spočítejte

$$\iint_B y dy dx.$$

3. SPOJITÉ NÁHODNÉ VEKTORY

Cvičení 5. Chystáte oslavu narozenin ve své oblíbené restauraci a zvete všechny své příbuzné (budete za ně platit). Množství peněz, které všichni Vaši hosté dohromady projí a propijí (v tisíci Kč), jsou náhodné veličiny X a Y . Ze zkušenosti víte, že vektor $(X, Y)^T$ má spojité rozdělení charakterizované sdruženou hustotou

$$f(x, y) = \begin{cases} c(x + y) & \text{pro } 0 < x < 1, 0 < y < 1, \\ 0, & \text{jinak.} \end{cases}$$

- Určete konstantu $c > 0$.
- Jaké je rozdělení částky, kterou zaplatíte jen za nápoje? Jaké je rozdělení obnosu, který padne jen na jídlo? Jsou tyto dvě veličiny nezávislé?
- Jaká je pravděpodobnost, že za pití zaplatíte více než za jídlo?

Domácí úkol - do 8.11.: Doma si prostudujte příklady ze cvičení 1 až 5, zejména náhradní cvičení č.4 (viz web). V případě nejasností napište mail s dotazem nebo se přijďte poradit osobně v pátek 8.11. kdykoliv od 14:00 do 17:00 do T7 (Troja).