

PŘÍKLADY K CVIČENÍ Č.4

II.3. MOMENTY NÁHODNÉ VELIČINY

Cvičení 1. Doba výpočtu (v sekundách) určité úlohy s náhodným vstupem je náhodná veličina s rozdělením s hustotou

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x^3} & \text{pro } x \geq 1, \\ 0 & x < 1. \end{cases}$$

- (a) Určete pravděpodobnost toho, že výpočet skončí do 5 sekund. Vyznačte tuto pravděpodobnost v grafu hustoty f .
- (b) Určete střední hodnotu doby výpočtu.
- (c) Určete rozptyl doby výpočtu.
- (d) Předpokládejme, že umíme generovat náhodnou veličinu U s rovnoměrným rozdělením na $[0, 1]$. Navrhnete, jak lze pomocí U generovat X .

Cvičení 2. Doba čekání na vlak je náhodná veličina X s exponenciálním rozdělením s hustotou

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}e^{-x/5} & \text{pro } x \geq 0, \\ 0 & \text{pro } x < 0. \end{cases}$$

- (a) Spočtete střední hodnotu X .
- (b) Spočtete rozptyl X .

Cvičení 3. V kapse máte dvě padesátikoruny, jednu dvacetikorunu a jednu desetikorunu. Zloděj Vám z kapsy náhodně vybere dvě mince. Označme jako X náhodnou veličinu, která udává, o kolik peněz jste právě přišli.

- (a) Určete rozdělení X a spočtete Vaši očekávanou ztrátu.
- (b) Určete rozptyl X .
- (c) Zloděj si následně koupí kávu z automatu za 20 Kč a doma mu manželka zabaví čtvrtinu z toho, co donese. Označme jako Y veličinu udávající částku, která zlodějovi po tom všem zůstane. Určete rozdělení a očekávanou hodnotu Y .
- (d) Určete rozptyl veličiny Y . Jaký je vztah mezi momenty X a momenty Y ?

Cvičení 4. Při přenosu binárního souboru se náhodně vybraný znak zkreslí s pravděpodobností $p \in (0, 1)$ a jednotlivé znaky se zkreslují nezávisle na sobě. Náhodná veličina X udává počet zkreslených znaků v binární posloupnosti délky n .

- (a) Připomeňte si, jaké rozdělení má X .
- (b) Spočtete střední hodnotu a rozptyl X pro $n = 1$.
- (c) Spočtete střední hodnotu a rozptyl X pro $n = 2$.
- (d) Určete očekávaný počet zkreslených znaků v posloupnosti délky n .
- (e) Spočtete rozptyl veličiny X pro obecné n .