

## PŘÍKLADY K CVIČENÍ Č.3

### II.2. DISKRÉTNÍ A SPOJITÉ NÁHODNÉ VELIČINY

**Cvičení 1.** Do volební urny bylo vhozeno  $K$  volebních lístků kandidáta A a  $N - K$  lístků kandidáta B. Před volební místností zcela náhodně zastavíme  $n$  osob a zeptáme se jich, koho volili (a všichni nám to popravdě sdělí). Označme jako  $X$  počet osob, které se takto vyjádřili pro kandidáta A. Určete rozdělení náhodné veličiny  $X$ .

**Cvičení 2.** Doba strávená čekáním na příjezd vlaku (v minutách) je náhodná veličina s hustotou

$$f(x) = \begin{cases} ce^{-x/5} & \text{pro } x \geq 0, \\ 0 & x < 0. \end{cases}$$

- (a) Určete konstantu  $c > 0$ , tak aby  $f$  byla hustota.
- (b) Určete distribuční funkci  $F$  a načrtněte ji.
- (c) Jaká je pravděpodobnost, že budete na vlak čekat déle než 5 minut? Vyznačte v grafu hustoty a v grafu distribuční funkce.
- (d) S jakou pravděpodobností bude doba strávená čekáním mezi 2 a 5 min?
- (e) Aktuálně čekáte 5 min. Jaká je pravděpodobnost, že budete celkově čekat déle než 10 min?
- (f) Během čekání na vlak si projíždíte internet na mobilu, přičemž Vám za to Váš operátor účtuje připojovací poplatek 5 Kč a pak spojitou sazbu 3Kč/min. Náhodná veličina  $Y$  udává, kolik peněz takto utratíte. Určete rozdělení  $Y$  (distribuční funkci a hustotu) a spočtěte, s jakou pravděpodobností utratíte během čekání na vlak více než 35 Kč.
- (g) Váš kamarád má jiný tarif: Operátor mu účtuje 1 Kč za každou započatou minutu. Náhodná veličina  $Z$  udává, kolik peněz utratí během čekání na vlak Váš kamarád. Určete rozdělení  $Z$ .
- (h) Určete rozdělení náhodné veličiny  $U = F(X)$ , kde  $F$  je distribuční funkce spočtená v (b).
- (i) Navrhněte, jak nasimulovat výše uvedené doby čekání, umíme-li generovat náhodné číslo z intervalu  $[0, 1]$ .

**Cvičení 3.** Uvažujte spojité rozdělení s hustotou  $f(x) = ce^{-|x|}$ .

- (a) Dopačítejte konstantu  $c$
- (b) S jakou pravděpodobností bude náhodná veličina s tímto rozdělením v absolutní hodnotě větší než 2?

---

**Domácí úkol - odevzdání do 4.11.2019, do začátku cvičení:** Uvažujte náhodnou veličinu  $X$  se spojitým rozdělením a hustotou

$$f(x) = \begin{cases} 1 - |x - 1| & \text{pro } x \in [0, 2], \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

Určete distribuční funkci  $X$  a načrtněte její graf.