

## PŘÍKLADY K CVIČENÍ Č.10

**Cvičení 1.** V rybníce plave 100 rybiček, z nichž je  $a$  zlatých. Náhodně vylovíme 5 rybiček a náhodná veličina  $X$  udává, kolik zlatých rybiček jsme vylovili.

- (a) Připomeňme, jak lze vyjádřit veličinu  $X$  jako součet 0-1 náhodných veličin  $Y_i$ .
- (b) Jsou veličiny  $Y_1, \dots, Y_n$  nezávislé? Pokud nejsou, spočtete jejich kovarianci a korelaci.
- (c) Spočtete rozptyl  $X$ .

**Cvičení 2.** Necht'  $X_1, \dots, X_n$  je náhodný výběr z rovnoměrného rozdělení na intervalu  $[\theta, \theta + 2]$ , kde  $\theta \in \mathbb{R}$  je nějaký neznámý parametr.

- (a) Nalezněte odhad  $\hat{\theta}_n$  parametru  $\theta$  momentovou metodou a vyšetřete vlastnosti takového odhadu.
- (b) Kolik alespoň pozorování musíme do odhadu zapojit, aby pravděpodobnost, že je náš odhad  $\hat{\theta}_n$  od skutečné hodnoty  $\theta$  o dál než 0,1, byla menší než 5%.

### Opakování

**Cvičení 3.** Mezi studenty zapsanými na předmět Pravděpodobnost a matematická statistika se vyskytují dívky a chlapci v poměru 1:4. Dále budeme předpokládat, že jedna čtvrtina studentů píše levou rukou. Označme jako  $X$  identifikátor toho, zda je daná osoba chlapec,  $Y$  identifikátor, zda daná osoba píše levou rukou, a  $p$  pravděpodobnost, že je daná osoba chlapec píšící levou rukou.

- (a) Zapište sdružené rozdělení náhodného vektoru  $(X, Y)^T$ . Jaká konkrétní hodnota  $p$  odpovídá situaci, kdy by byly veličiny  $X$  a  $Y$  nezávislé?
- (b) Za předpokladu nezávislosti  $X$  a  $Y$  spočtete (přibližně) s jakou pravděpodobností bude mezi 36 studenty na zkoušce více než 6 chlapců píšících levou rukou.
- (c) Nyní předpokládejte, že je  $Corr(X, Y) = 1/\sqrt{3}$ . Určete hodnotu  $p$  a podmíněnou pravděpodobnost, že osoba píše levou rukou, víme-li, že je to chlapec.
- (d) Pro situaci z (c) spočtete pravděpodobnost z (b).