Reálná čísla (značíme $\mathbb{R}$) jsou (až na izomorfizmus) jednoznačně určené uspořádané těleso T s následující vlastností: každá neprázdná shora omezená podmnožina T má (v T) supremum (axiom suprema).

Poznámky a příklady. *1. To, že x je supremem množiny M můžeme alternativně vyjádřit následovně:*

- *x je horní závora M a*
- *pro každé $\varepsilon > 0$ existuje $y \in M$ takové, že $y > x - \varepsilon$*

Příklad: $\sup(0,1) = 1$.

2. Pro každé $x \in \mathbb{R}$ existuje $n \in \mathbb{Z}$ takové, že $n \leq x < n+1$. Toto n (jednoznačně určené) zazýváme (dolní) celou částí x a značíme $\lfloor x \rfloor$. Pomocí pojmu suprema toto číslo definujeme následovně: nechť

$$M = \{n \in \mathbb{Z} : \ n \leq x\}, \quad a \quad s = \sup M.$$

Potom (podle předchozí poznámky - pro $\varepsilon = 1$) dostaneme, že existuje $n \in M$ splňující $n > s - 1$. Protože $n \in M$, máme $n \leq x$ a pokud by platilo $n + 1 \leq x$ (tj. neplatilo $x < n+1$) potom musí platit $n + 1 \in M$ a tedy $n + 1 \leq s$ (s je horní závora M), což je ale ve sporu s volbou n. Pak už jen položíme $\lfloor x \rfloor = n$.

3. Existuje (jednoznačně určené) $s \in \mathbb{R}$, $s \geq 0$, pro které platí $s^2 = 3$ - tedy zkráceně řečeno $\sqrt{3} \in \mathbb{R}$ (jak už víme, takové x neexistuje v $\mathbb{Q}$). Toto s definujeme předpisem

$$s = \sup\{y \geq 0 : y^n < x\}.$$

Podle definice uspořádání musí platit (právě) jedna z možností $s^2 < 3$, $s^2 > 3$, nebo $s^2 = 3$. Pokud by platila první nebo druhá možnost, pak pro dostatečně malé $\varepsilon > 0$ bude platit nerovnost $(s+\varepsilon)^2 < 3$ (resp, $(s-\varepsilon)^2 > 3$), což je v obou případech ve sporu s definicí suprema. Musí tedy platit poslední možnost $s^2 = 3$.

4. Podobným způsobem jako v předchozím případě můžeme definovat n-tou odmocninu z libovolného $x \in \mathbb{R}$, $x \geq 0$ (značíme $x^{\frac{1}{n}}$ nebo $\sqrt[n]{x}$) a to předpisem

$$x^{\frac{1}{n}} = \sup\{y \geq 0 : y^n < x\}.$$