Blakerův konfidenční interval

z jiné strany

Jan Klaschka
klaschka@cs.cas.cz
ÚI AV ČR, Praha

ROBUST 2014, Jetřichovice 19.–24. 1. 2014

Osnova

- Úvod: Oboustranné exaktní testy a konfidenční intervaly pro parametr binomického rozdělení.

Osnova

- Úvod: Oboustranné exaktní testy a konfidenční intervaly pro parametr binomického rozdělení.

- Co je Blakerův interval a co je na něm (podle Blakera) dobrého.

Osnova

- Úvod: Oboustranné exaktní testy a konfidenční intervaly pro parametr binomického rozdělení.
- Co je Blakerův interval a co je na něm (podle Blakera) dobrého.
- Co je na něm špatného podle Vose a Hudsonové.

Osnova

- Úvod: Oboustranné exaktní testy a konfidenční intervaly pro parametr binomického rozdělení.
- Co je Blakerův interval a co je na něm (podle Blakera) dobrého.
- Co je na něm špatného podle Vose a Hudsonové.
- Jak dobré zachovat a špatné potlačit: Modifikace Blakerova intervalu.

Osnova

- Úvod: Oboustranné exaktní testy a konfidenční intervaly pro parametr binomického rozdělení.
- Co je Blakerův interval a co je na něm (podle Blakera) dobrého.
- Co je na něm špatného podle Vose a Hudsonové.
- Jak dobré zachovat a špatné potlačit: Modifikace Blakerova intervalu.
- Závěr.

Úvod

- Úloha: k ... realizace $X \sim Binom(n, p)$, n pevné, známé $\rightarrow$ exaktní (konzervativní) dvoustranný konfidenční interval (CI) pro p na hladině spolehlivosti $1 - \alpha$

Úvod

- Úloha: k ... realizace $X \sim Binom(n, p)$, n pevné, známé $\rightarrow$ exaktní (konzervativní) dvoustranný konfidenční interval (CI) pro p na hladině spolehlivosti $1 - \alpha$

- Clopper-Pearson (1934):

$$CI^{CP}(n, k, \alpha) = \{p; P_p(X \geq k) > \alpha/2 \quad \& \quad P_p(X \leq k) > \alpha/2\}$$

Úvod

- Úloha: k ... realizace $X \sim Binom(n, p)$, n pevné, známé $\rightarrow$ exaktní (konzervativní) dvoustranný konfidenční interval (CI) pro p na hladině spolehlivosti $1 - \alpha$

- Clopper-Pearson (1934):

$$CI^{CP}(n, k, \alpha) = \{p; P_p(X \geq k) > \alpha/2 \quad \& \quad P_p(X \leq k) > \alpha/2\}$$

- Platí

$$P_p(\text{celý } CI^{CP} \text{ je pod skutečným } p) \leq \alpha/2,$$
$$P_p(\text{celý } CI^{CP} \text{ je nad skutečným } p) \leq \alpha/2,$$

Úvod

- Úloha: k ... realizace $X \sim Binom(n, p)$, n pevné, známé $\rightarrow$ exaktní (konzervativní) dvoustranný konfidenční interval (CI) pro p na hladině spolehlivosti $1 - \alpha$

- Clopper-Pearson (1934):

$$CI^{CP}(n, k, \alpha) = \{p; P_p(X \geq k) > \alpha/2 \quad \& \quad P_p(X \leq k) > \alpha/2\}$$

- Platí

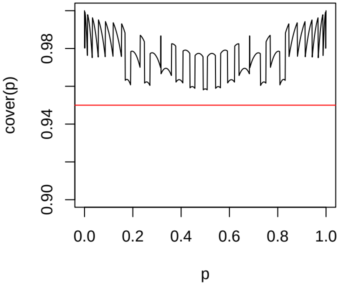
$$P_p(\text{celý } CI^{CP} \text{ je pod skutečným } p) \leq \alpha/2,$$
$$P_p(\text{celý } CI^{CP} \text{ je nad skutečným } p) \leq \alpha/2,$$

a tedy

$$cover(p) = P_p(p \in CI^{CP}) \geq 1 - \alpha$$

Úvod

- Clopper-Pearsonův CI je příliš konzervativní – $cover(p) \gg 1 - \alpha$
- $cover(p) = P_p(p \in CI)$ pro $n = 20$ a $1 - \alpha = 0.95$:



Úvod

- Clopper-Pearson: Hlídá se současně

$$P_p(\text{celý CI je pod skutečným } p) \leq \alpha/2,$$

$$P_p(\text{celý CI je nad skutečným } p) \leq \alpha/2$$

Úvod

- Clopper-Pearson: Hlídá se současně

  $P_p(\text{celý CI je pod skutečným } p) \leq \alpha/2,$

  $P_p(\text{celý CI je nad skutečným } p) \leq \alpha/2$

- Méně konzervativní exaktní alternativy: Hlídá se jen součet

  $P_p(\ldots \text{pod} \ldots) + P_p(\ldots \text{nad} \ldots) \leq \alpha$

Úvod

- Clopper-Pearson: Hlídá se současně

  $$P_p(\text{celý CI je pod skutečným } p) \leq \alpha/2,$$

  $$P_p(\text{celý CI je nad skutečným } p) \leq \alpha/2$$

- Méně konzervativní exaktní alternativy: Hlídá se jen součet

  $$P_p(\ldots \text{pod } \ldots) + P_p(\ldots \text{nad } \ldots) \leq \alpha$$

- Nejvýznamnější návrhy:

Úvod

- Clopper-Pearson: Hlídá se současně

  P_p(celý CI je pod skutečným p) $\leq \alpha/2$,

  P_p(celý CI je nad skutečným p) $\leq \alpha/2$

- Méně konzervativní exaktní alternativy: Hlídá se jen součet

  $P_p(\ldots \text{pod} \ldots) + P_p(\ldots \text{nad} \ldots) \leq \alpha$

- Nejvýznamnější návrhy:

  - Sterne (1954), Crow (1956)

Úvod

- Clopper-Pearson: Hlídá se současně

  $P_p(\text{celý CI je pod skutečným } p) \leq \alpha/2,$

  $P_p(\text{celý CI je nad skutečným } p) \leq \alpha/2$

- Méně konzervativní exaktní alternativy: Hlídá se jen součet

  $P_p(\ldots \text{pod} \ldots) + P_p(\ldots \text{nad} \ldots) \leq \alpha$

- Nejvýznamnější návrhy:
  - Sterne (1954), Crow (1956)
  - Blyth a Still (1983), Casella (1986)
    (implementováno v SW C. Mehty StatXact)

Úvod

- Clopper-Pearson: Hlídá se současně

$$P_p(\text{celý CI je pod skutečným } p) \leq \alpha/2,$$
$$P_p(\text{celý CI je nad skutečným } p) \leq \alpha/2$$

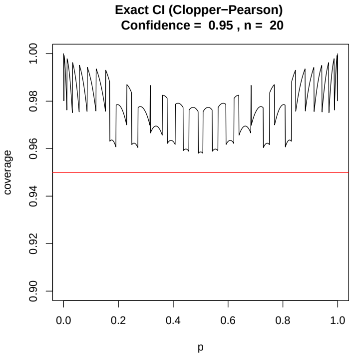
- Méně konzervativní exaktní alternativy: Hlídá se jen součet

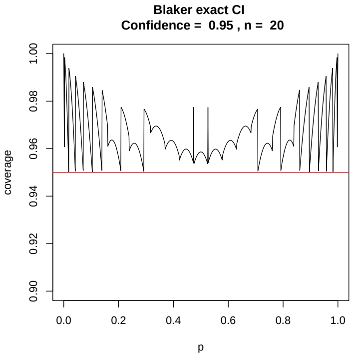
$$P_p(\ldots \text{pod} \ldots) + P_p(\ldots \text{nad} \ldots) \leq \alpha$$

- Nejvýznamnější návrhy:
  - Sterne (1954), Crow (1956)
  - Blyth a Still (1983), Casella (1986)
    (implementováno v SW C. Mehty StatXact)
  - Blaker (2000)

Úvod

- Příklad funkce pokrytí *cover*(p) Clopper – Pearsonova a Blakerova CI





Blakerův konfidenční interval

- Dolní mez Clopper-Pearsonova intervalu lze vyjádřit jako

$$p_L^{CP}(n, k, \alpha) = \inf\{p; 2 \,.\, P_p(X \geq k) > \alpha\}$$

Blakerův konfidenční interval

- Dolní mez Clopper-Pearsonova intervalu lze vyjádřit jako

$$p_L^{CP}(n, k, \alpha) = \inf\{p; 2 \,.\, P_p(X \geq k) > \alpha\}$$

- Dolní mez Blakerova intervalu:

$$p_L(n, k, \alpha) = \inf\{p; P_p(X \geq k) + P_p(X \leq k_p^*) > \alpha\},$$

kde k_p^* je voleno tak, aby 2. sčítanec $\leq$ 1. sčítanec, ale co nejtěsněji.

Blakerův konfidenční interval

- Dolní mez Clopper-Pearsonova intervalu lze vyjádřit jako

$$p_L^{CP}(n, k, \alpha) = \inf\{p; 2\,.\,P_p(X \geq k) > \alpha\}$$

- Dolní mez Blakerova intervalu:

$$p_L(n, k, \alpha) = \inf\{p; P_p(X \geq k) + P_p(X \leq k_p^*) > \alpha\},$$

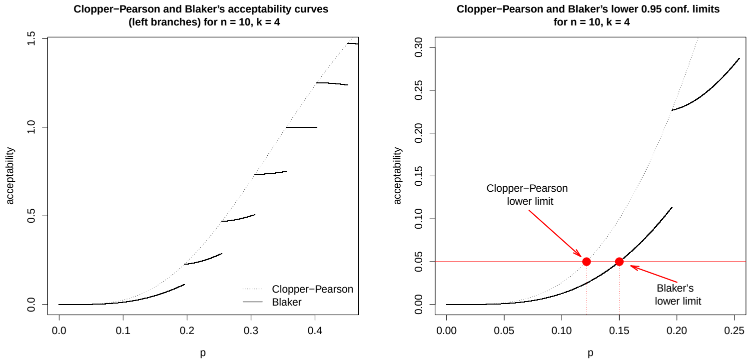
kde k_p^* je voleno tak, aby 2. sčítanec $\leq$ 1. sčítanec, ale co nejtěsněji.

- Tedy

$$k_p^* = \max\{j; P_p(X \leq j) \leq P_p(X \geq k)\}$$

Blakerův konfidenční interval

- Příklad:
  Dolní Clopper-Pearsonova a Blakerova konfidenční mez pro $n = 10, k = 4$ a $\alpha = 0{,}05$.



Blakerův konfidenční interval

- Obdobně pro horní konfidenční meze.

Blakerův konfidenční interval

- Obdobně pro horní konfidenční meze.
- Clopper-Pearson:

$$p_U^{CP}(n, k, \alpha) = \sup\{p; 2\,.\,P_p(X \leq k) > \alpha\}$$

Blakerův konfidenční interval

- Obdobně pro horní konfidenční meze.
- Clopper-Pearson:

$$p_U^{CP}(n, k, \alpha) = \sup\{p; 2\,.\,P_p(X \leq k) > \alpha\}$$

- Blaker:

$$p_U(n, k, \alpha) = \sup\{p; P_p(X \leq k) + P_p(X \geq k_p^{**}) > \alpha\},$$

kde

$$k_p^{**} = \min\{j; P_p(X \geq j) \leq P_p(X \leq k)\}$$

Blakerův konfidenční interval

- Zač si Blaker svůj CI pochválil:

Blakerův konfidenční interval

- Zač si Blaker svůj CI pochválil:
  - Blakerův CI $\subseteq$ Clopper-Pearsonův CI.
    (Přitom stále $cover(p) = P_p(p \in CI) \geq 1 - \alpha$.)

Blakerův konfidenční interval

- Zač si Blaker svůj CI pochválil:
  - Blakerův CI $\subseteq$ Clopper-Pearsonův CI.
    (Přitom stále $cover(p) = P_p(p \in CI) \geq 1 - \alpha$.)
  - Blakerovy konfidenční meze závisí (neryze) monotónně na α.
    (Vypadá to jako samozřejmost, ale některé typy exaktních CI takovou vlastnost nemají.)

Blakerův konfidenční interval

- Zač si Blaker svůj CI pochválil:
  - Blakerův CI $\subseteq$ Clopper-Pearsonův CI.
    (Přitom stále $cover(p) = P_p(p \in CI) \geq 1 - \alpha$.)
  - Blakerovy konfidenční meze závisí (neryze) monotónně na α.
    (Vypadá to jako samozřejmost, ale některé typy exaktních CI takovou vlastnost nemají.)
  - Snadný výpočet konfidenčních mezí programem publikovaným přímo v práci Blaker (2000).

Blakerův konfidenční interval

- Zač si Blaker svůj CI pochválil:
  - Blakerův CI $\subseteq$ Clopper-Pearsonův CI.
    (Přitom stále $cover(p) = P_p(p \in CI) \geq 1 - \alpha$.)
  - Blakerovy konfidenční meze závisí (neryze) monotónně na α.
    (Vypadá to jako samozřejmost, ale některé typy exaktních CI takovou vlastnost nemají.)
  - Snadný výpočet konfidenčních mezí programem publikovaným přímo v práci Blaker (2000).
- Blakerův numerický algoritmus ovšem není moc dobrý.
  To je ale na jiné povídání (viz ROBUST 2010 a 2012).

Vos a Hudson(ová): Kritika Blakerova intervalu

- Paul W. Vos & Suzanne Hudson: *Problems with binomial two-sided tests and the associated confidence intervals.* Aust. N. Z. J. Stat. 2008

Vos a Hudson(ová): Kritika Blakerova intervalu

- Paul W. Vos & Suzanne Hudson: *Problems with binomial two-sided tests and the associated confidence intervals.* Aust. N. Z. J. Stat. 2008
- Dvě kategorie oboustranných testů a CI:

Vos a Hudson(ová): Kritika Blakerova intervalu

- Paul W. Vos & Suzanne Hudson: *Problems with binomial two-sided tests and the associated confidence intervals.* Aust. N. Z. J. Stat. 2008

- Dvě kategorie oboustranných testů a CI:
  - TOTT (two one-tail tests) – patří sem Clopper-Pearsonův CI

Vos a Hudson(ová): Kritika Blakerova intervalu

- Paul W. Vos & Suzanne Hudson: *Problems with binomial two-sided tests and the associated confidence intervals.* Aust. N. Z. J. Stat. 2008

- Dvě kategorie oboustranných testů a CI:
  - TOTT (two one-tail tests) – patří sem Clopper-Pearsonův CI
  - BTT (both-tails tests) – patří sem i Blakerův CI

Vos a Hudson(ová): Kritika Blakerova intervalu

- Paul W. Vos & Suzanne Hudson: *Problems with binomial two-sided tests and the associated confidence intervals.* Aust. N. Z. J. Stat. 2008

- Dvě kategorie oboustranných testů a CI:
  - TOTT (two one-tail tests) – patří sem Clopper-Pearsonův CI
  - BTT (both-tails tests) – patří sem i Blakerův CI

- Vytýkají testům a CI typu BTT různé nectnosti. Nedokazují ale obecně, že nežádoucí chování je důsledkem přístupu BTT, jen přinášejí příklady týkající se jedno- a dvouvýběrové úlohy.

Vos a Hudson(ová): Kritika Blakerova intervalu

- Paul W. Vos & Suzanne Hudson: *Problems with binomial two-sided tests and the associated confidence intervals.* Aust. N. Z. J. Stat. 2008
- Dvě kategorie oboustranných testů a CI:
  - TOTT (two one-tail tests) – patří sem Clopper-Pearsonův CI
  - BTT (both-tails tests) – patří sem i Blakerův CI
- Vytýkají testům a CI typu BTT různé nectnosti. Nedokazují ale obecně, že nežádoucí chování je důsledkem přístupu BTT, jen přinášejí příklady týkající se jedno- a dvouvýběrové úlohy.
- V jednovýběrové úloze je k demonstraci nežádoucích jevů vesměs využíván Blakerův CI a odpovídající test.

Vos a Hudson(ová): Kritika Blakerova intervalu

- U některých výhrad vůči testům a CI typu BTT může být věcí názoru, jestli jde o vážný problém.

Vos a Hudson(ová): Kritika Blakerova intervalu

- U některých výhrad vůči testům a CI typu BTT může být věcí názoru, jestli jde o vážný problém.
- Konkrétně:

Vos a Hudson(ová): Kritika Blakerova intervalu

- U některých výhrad vůči testům a CI typu BTT může být věcí názoru, jestli jde o vážný problém.
- Konkrétně:
  - Konfidenční meze závisí na α jen neryze monotónně a nespojitě.

Vos a Hudson(ová): Kritika Blakerova intervalu

- U některých výhrad vůči testům a CI typu BTT může být věcí názoru, jestli jde o vážný problém.

- Konkrétně:

  - Konfidenční meze závisí na α jen neryze monotónně a nespojitě.

  - P-hodnota testu hypotézy $p = p_0$ se v závislosti na p_0 může měnit skokem.

Vos a Hudson(ová): Kritika Blakerova intervalu

- U některých výhrad vůči testům a CI typu BTT může být věcí názoru, jestli jde o vážný problém.
- Konkrétně:
  - Konfidenční meze závisí na α jen neryze monotónně a nespojitě.
  - P-hodnota testu hypotézy $p = p_0$ se v závislosti na p_0 může měnit skokem.
- Není vidět, jak zjednat nápravu (ale je otázka, jestli je to třeba).

Vos a Hudson(ová): Kritika Blakerova intervalu

- Jiné výhrady na lehkou váhu brát nelze:
  Inference při různých n si zjevně vzájemně odporují.

Vos a Hudson(ová): Kritika Blakerova intervalu

- Jiné výhrady na lehkou váhu brát nelze:
  Inference při různých n si zjevně vzájemně odporují.
- Konkrétní příklady $\sim$ Blakerův CI nebo odpovídající test:

Vos a Hudson(ová): Kritika Blakerova intervalu

- Jiné výhrady na lehkou váhu brát nelze:
  Inference při různých n si zjevně vzájemně odporují.

- Konkrétní příklady $\sim$ Blakerův CI nebo odpovídající test:

  - Pro $n = 30, k = 1$ je horní konfidenční mez $p_U = 0{,}163$.

Vos a Hudson(ová): Kritika Blakerova intervalu

- Jiné výhrady na lehkou váhu brát nelze:
  Inference při různých n si zjevně vzájemně odporují.

- Konkrétní příklady $\sim$ Blakerův CI nebo odpovídající test:
  - Pro $n = 30, k = 1$ je horní konfidenční mez $p_U = 0{,}163$.
    Pro $n = 31, k = 1$ vzroste p_U na $0{,}167$.

Vos a Hudson(ová): Kritika Blakerova intervalu

- Jiné výhrady na lehkou váhu brát nelze:
  Inference při různých n si zjevně vzájemně odporují.

- Konkrétní příklady $\sim$ Blakerův CI nebo odpovídající test:

  - Pro $n = 30, k = 1$ je horní konfidenční mez $p_U = 0{,}163$.
    Pro $n = 31, k = 1$ vzroste p_U na $0{,}167$.

  - Pro $n = 63, k = 7$ $(k/n = 0{,}111)$ se hypotéza $H_0 : p = 0{,}05$ zamítá $(P = 0{,}037)$.

Vos a Hudson(ová): Kritika Blakerova intervalu

- Jiné výhrady na lehkou váhu brát nelze:
  Inference při různých n si zjevně vzájemně odporují.

- Konkrétní příklady $\sim$ Blakerův CI nebo odpovídající test:
  - Pro $n = 30$, $k = 1$ je horní konfidenční mez $p_U = 0{,}163$.
    Pro $n = 31$, $k = 1$ vzroste p_U na 0,167.
  - Pro $n = 63$, $k = 7$ ($k/n = 0{,}111$) se hypotéza $H_0 : p = 0{,}05$ zamítá ($P = 0{,}037$).
    Pro $n = 72$, $k = 8$ (také $k/n = 0{,}111$) se H_0 ale nezamítá ($P = 0{,}052$).

Vos a Hudson(ová): Kritika Blakerova intervalu

- Jiné výhrady na lehkou váhu brát nelze:
  Inference při různých n si zjevně vzájemně odporují.

- Konkrétní příklady $\sim$ Blakerův CI nebo odpovídající test:

  - Pro $n = 30, k = 1$ je horní konfidenční mez $p_U = 0{,}163$.
    Pro $n = 31, k = 1$ vzroste p_U na 0,167.
  - Pro $n = 63, k = 7$ $(k/n = 0{,}111)$ se hypotéza $H_0 : p = 0{,}05$ zamítá $(P = 0{,}037)$.
    Pro $n = 72, k = 8$ (také $k/n = 0{,}111$) se H_0 ale nezamítá $(P = 0{,}052)$.
  - Pro $n = 9, k = 1$ $(k/n = 0{,}111)$ se hypotéza $H_0 : p = 0{,}444$ zamítá $(P = 0{,}0498)$.

Vos a Hudson(ová): Kritika Blakerova intervalu

- Jiné výhrady na lehkou váhu brát nelze:
  Inference při různých n si zjevně vzájemně odporují.

- Konkrétní příklady $\sim$ Blakerův CI nebo odpovídající test:

  - Pro $n = 30, k = 1$ je horní konfidenční mez $p_U = 0{,}163$.

    Pro $n = 31, k = 1$ vzroste p_U na 0,167.

  - Pro $n = 63, k = 7$ $(k/n = 0{,}111)$ se hypotéza $H_0 : p = 0{,}05$ zamítá $(P = 0{,}037)$.

    Pro $n = 72, k = 8$ (také $k/n = 0{,}111$) se H_0 ale nezamítá $(P = 0{,}052)$.

  - Pro $n = 9, k = 1$ $(k/n = 0{,}111)$ se hypotéza $H_0 : p = 0{,}444$ zamítá $(P = 0{,}0498)$.

    Pro $n = 10$ se ale H_0 nezamítá, ať je další pozorování úspěch, nebo neúspěch:

Vos a Hudson(ová): Kritika Blakerova intervalu

- Jiné výhrady na lehkou váhu brát nelze:
  Inference při různých n si zjevně vzájemně odporují.

- Konkrétní příklady $\sim$ Blakerův CI nebo odpovídající test:

  - Pro $n = 30, k = 1$ je horní konfidenční mez $p_U = 0{,}163$.

    Pro $n = 31, k = 1$ vzroste p_U na 0,167.

  - Pro $n = 63, k = 7$ $(k/n = 0{,}111)$ se hypotéza $H_0 : p = 0{,}05$ zamítá $(P = 0{,}037)$.

    Pro $n = 72, k = 8$ (také $k/n = 0{,}111$) se H_0 ale nezamítá $(P = 0{,}052)$.

  - Pro $n = 9, k = 1$ $(k/n = 0{,}111)$ se hypotéza $H_0 : p = 0{,}444$ zamítá $(P = 0{,}0498)$.

    Pro $n = 10$ se ale H_0 nezamítá, ať je další pozorování úspěch, nebo neúspěch: $P > 0{,}2$ pro $k = 2$

Vos a Hudson(ová): Kritika Blakerova intervalu

- Jiné výhrady na lehkou váhu brát nelze:
  Inference při různých n si zjevně vzájemně odporují.

- Konkrétní příklady $\sim$ Blakerův CI nebo odpovídající test:

  - Pro $n = 30, k = 1$ je horní konfidenční mez $p_U = 0{,}163$.
    Pro $n = 31, k = 1$ vzroste p_U na 0,167.

  - Pro $n = 63, k = 7$ $(k/n = 0{,}111)$ se hypotéza $H_0 : p = 0{,}05$ zamítá $(P = 0{,}037)$.
    Pro $n = 72, k = 8$ (také $k/n = 0{,}111$) se H_0 ale nezamítá $(P = 0{,}052)$.

  - Pro $n = 9, k = 1$ $(k/n = 0{,}111)$ se hypotéza $H_0 : p = 0{,}444$ zamítá $(P = 0{,}0498)$.
    Pro $n = 10$ se ale H_0 nezamítá, ať je další pozorování úspěch, nebo neúspěch: $P > 0{,}2$ pro $k = 2$ a $P = 0{,}0504$ pro $k = 1$.

Modifikace Blakerova intervalu

- Formulace toho, co vadí („Vos-Hudson paradox“), v termínech dolních konfidenčních mezí $p_L(n, k, \alpha)$ při k úspěších z n pokusů (pro nějaké pevné α):

Modifikace Blakerova intervalu

- Formulace toho, co vadí („Vos-Hudson paradox“), v termínech dolních konfidenčních mezí $p_L(n, k, \alpha)$ při k úspěších z n pokusů (pro nějaké pevné α):

- $m \geq n$ a $j/m \geq k/n$, ale $p_L(m, j, \alpha) < p_L(n, k, \alpha)$

Modifikace Blakerova intervalu

- Formulace toho, co vadí („Vos-Hudson paradox“), v termínech dolních konfidenčních mezí $p_L(n, k, \alpha)$ při k úspěších z n pokusů (pro nějaké pevné α):
- $m \geq n$ a $j/m \geq k/n$, ale $p_L(m, j, \alpha) < p_L(n, k, \alpha)$
- Chceme tedy, aby

$$p_L(n, k, \alpha) \leq \inf_{(m,j):\ m \geq n,\ j/m \geq k/n} p_L(m, j, \alpha)$$

Modifikace Blakerova intervalu

- Formulace toho, co vadí („Vos-Hudson paradox“), v termínech dolních konfidenčních mezí $p_L(n, k, \alpha)$ při k úspěších z n pokusů (pro nějaké pevné α):

- $m \geq n$ a $j/m \geq k/n$, ale $p_L(m, j, \alpha) < p_L(n, k, \alpha)$

- Chceme tedy, aby

$$p_L(n, k, \alpha) \leq \inf_{(m,j):\ m \geq n,\ j/m \geq k/n} p_L(m, j, \alpha)$$

- Dá se Blakerův CI nějak jednoduše „opravit“, aby to splňoval (a neztratil jiné příznivé vlastnosti)?

Modifikace Blakerova intervalu

- Definice modifikované dolní meze CI (na pravé straně jsou nemodifikované Blakerovy meze):

$$p_L^{VH}(n,k,\alpha) = \inf_{(m,j):\ m \geq n,\ j/m \geq k/n} p_L(m,j,\alpha)$$

Modifikace Blakerova intervalu

- Definice modifikované dolní meze CI (na pravé straně jsou nemodifikované Blakerovy meze):

$$p_L^{VH}(n,k,\alpha) = \inf_{(m,j):\ m \geq n,\ j/m \geq k/n} p_L(m,j,\alpha)$$

- Snadno se dá dokázat, že

$$p_L^{VH}(n,k,\alpha) = \inf_{(m,j):\ m \geq n,\ j/m \geq k/n} p_L^{VH}(m,j,\alpha)$$

Modifikace Blakerova intervalu

- Definice modifikované dolní meze CI (na pravé straně jsou nemodifikované Blakerovy meze):

$$p_L^{VH}(n,k,\alpha) = \inf_{(m,j):\ m\geq n,\ j/m\geq k/n} p_L(m,j,\alpha)$$

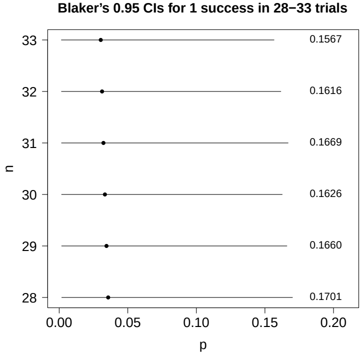
- Snadno se dá dokázat, že

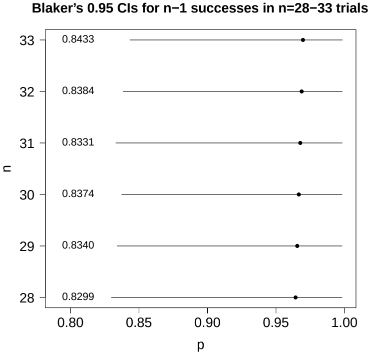
$$p_L^{VH}(n,k,\alpha) = \inf_{(m,j):\ m\geq n,\ j/m\geq k/n} p_L^{VH}(m,j,\alpha)$$

- Lepší by byla ostrá nerovnost $p_L^{VH}(n,k,\alpha) < \inf_{\ldots} p^{VH}(\ldots)$.
  Jak na to, mě ale nenapadá.
  (Clopper-Pearsonův CI je řešení, ale ne to pravé. . . .)

Modifikace Blakerova intervalu

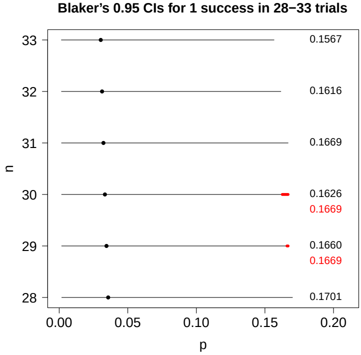
- Příklad: Modifikace Blakerových mezí ($\alpha = 0.05$) pro $n = 29, 30$ a $k = n - 1$, resp. $k = 1$ kvůli rozporu s $n = 31$ a $k = 30$, resp. $k = 1$.

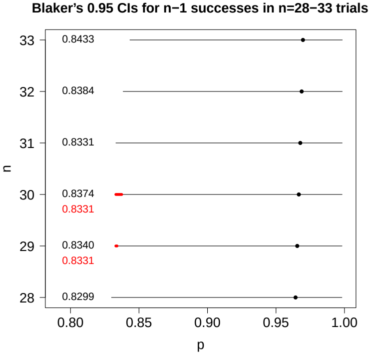




Modifikace Blakerova intervalu

- Příklad: Modifikace Blakerových mezí ($\alpha = 0.05$) pro $n = 29, 30$ a $k = n - 1$, resp. $k = 1$ kvůli rozporu s $n = 31$ a $k = 30$, resp. $k = 1$.





Modifikace Blakerova intervalu

- Modifikovaný CI obsahuje Blakerův CI jako svou podmnožinu, sám je podmnožinou Clopper-Pearsonova CI a jeho meze závisí na α (neryze) monotónně.

Modifikace Blakerova intervalu

- Modifikovaný CI obsahuje Blakerův CI jako svou podmnožinu, sám je podmnožinou Clopper-Pearsonova CI a jeho meze závisí na α (neryze) monotónně.
- V definici p_L^{VH} je na pravé straně infimum z nekonečně mnoha čísel – dá se pak modifikace spočítat?

Modifikace Blakerova intervalu

- Modifikovaný CI obsahuje Blakerův CI jako svou podmnožinu, sám je podmnožinou Clopper-Pearsonova CI a jeho meze závisí na α (neryze) monotónně.
- V definici p_L^{VH} je na pravé straně infimum z nekonečně mnoha čísel – dá se pak modifikace spočítat?
- Snadno se ale ukáže, že existuje takový „strop“ m_0, že členy $p_L(m, j, \alpha)$ pro $m > m_0$ na infimum nemají vliv. Infimum se tak redukuje na minimum konečné množiny čísel a spočítat se dá.

Modifikace Blakerova intervalu

- Zatím jsem zkoušel počítat tabulky modifikovaných CI s pomocí předem vypočtených a uložených tabulek nemodifikovaných Blakerových CI – je to vcelku rychlé.

Modifikace Blakerova intervalu

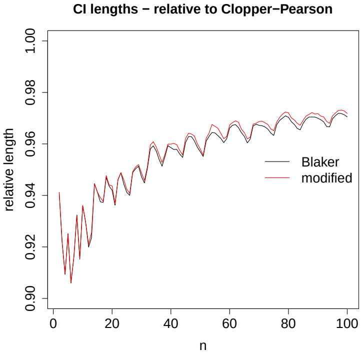
- Zatím jsem zkoušel počítat tabulky modifikovaných CI s pomocí předem vypočtených a uložených tabulek nemodifikovaných Blakerových CI – je to vcelku rychlé.
- Spočítat „od nuly“, bez pomoci předem připravených tabulek nemodifikovaných Blakerových CI, jednotlivý modifikovaný CI zřejmě také nebude velký problém.

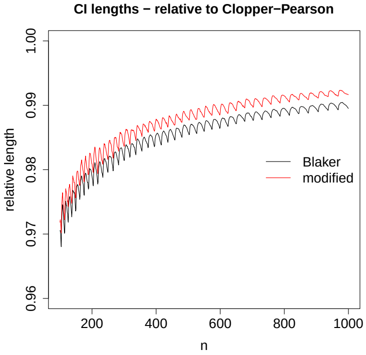
Modifikace Blakerova intervalu

- Zatím jsem zkoušel počítat tabulky modifikovaných CI s pomocí předem vypočtených a uložených tabulek nemodifikovaných Blakerových CI – je to vcelku rychlé.
- Spočítat „od nuly", bez pomoci předem připravených tabulek nemodifikovaných Blakerových CI, jednotlivý modifikovaný CI zřejmě také nebude velký problém.
- Počítat tímto způsobem rozsáhlé tabulky modifikovaných CI by ale asi bylo hodně pomalé. (Zatím jsem to nezkoušel.)

Modifikace Blakerova intervalu

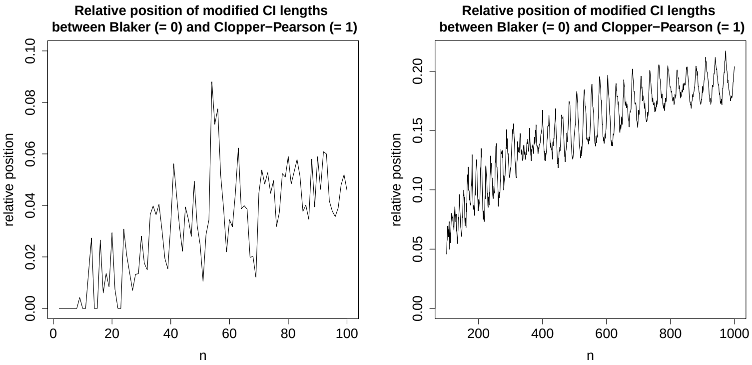
- Poměr délek Blakerových / modifikovaných Blakerových CI k délkám Clopper-Pearsonových CI ($\alpha = 0.05$, $n = 2, \ldots, 100$ a $100, \ldots, 1000$)





Modifikace Blakerova intervalu

- Jakou část z rozdílu mezi délkami Blakerových a Clopper-Pearsonových CI si modifikace „vezme zpět"? ($\alpha = 0.05$, $n = 2, \ldots, 100$ a $100, \ldots, 1000$)



Závěr

- Blakerův CI se zdá (z velké části) zachráněn.

Závěr

- Blakerův CI se zdá (z velké části) zachráněn.
- Obdobně se drobnou modifikací dají rozporů zbavit další metody.

Závěr

- Blakerův CI se zdá (z velké části) zachráněn.
- Obdobně se drobnou modifikací dají rozporů zbavit další metody.
- Snad „si dá říct“ i dvouvýběrová úloha.

Závěr

- Blakerův CI se zdá (z velké části) zachráněn.
- Obdobně se drobnou modifikací dají rozporů zbavit další metody.
- Snad „si dá říct“ i dvouvýběrová úloha.
- Zachráněn se zdá také smysl mojí dosavadní práce ohledně numerického výpočtu Blakerova CI.
(Co se chová nesmyslně, je hloupost používat, a nemá tedy ani cenu to sebelépe počítat.)

Ještě z jiné strany. . . (Závěr č. 2)

- Už dlouho mám ovšem před očima jinou „špatnost“ Blakerova CI, která je důsledkem přístupu BTT.

Ještě z jiné strany... (Závěr č. 2)

- Už dlouho mám ovšem před očima jinou „špatnost“ Blakerova CI, která je důsledkem přístupu BTT.
- Aspoň náznak: Pomocí funkcí $P_p(X \geq k) + P_p(X \leq k_p^*)$ a $P_p(X \leq k) + P_p(X \geq k_p^{**})$, které nejsou monotónní, se dá definovat obecně nesouvislá konfidenční množina. Ta se pak doplní na interval.

Ještě z jiné strany… (Závěr č. 2)

- Už dlouho mám ovšem před očima jinou „špatnost" Blakerova CI, která je důsledkem přístupu BTT.
- Aspoň náznak: Pomocí funkcí $P_p(X \geq k) + P_p(X \leq k_p^*)$ a $P_p(X \leq k) + P_p(X \geq k_p^{**})$, které nejsou monotónní, se dá definovat obecně nesouvislá konfidenční množina. Ta se pak doplní na interval.
- Ejhle, další modifikace potřebná k tomu aby se konfidenční množiny vůbec „začaly chovat logicky".

Ještě z jiné strany… (Závěr č. 2)

- Už dlouho mám ovšem před očima jinou „špatnost“ Blakerova CI, která je důsledkem přístupu BTT.
- Aspoň náznak: Pomocí funkcí $P_p(X \geq k) + P_p(X \leq k_p^*)$ a $P_p(X \leq k) + P_p(X \geq k_p^{**})$, které nejsou monotónní, se dá definovat obecně nesouvislá konfidenční množina. Ta se pak doplní na interval.
- Ejhle, další modifikace potřebná k tomu aby se konfidenční množiny vůbec „začaly chovat logicky“.
- S Clopper-Pearsonovým CI takové problémy nejsou. Dolní, resp. horní mez se definuje pomocí rostoucí, resp. klesající funkce $P_p(X \geq k)$, resp. $P_p(X \leq k)$ (přístup TOTT).

Ještě z jiné strany... (Závěr č. 2)

- Už dlouho mám ovšem před očima jinou „špatnost“ Blakerova CI, která je důsledkem přístupu BTT.
- Aspoň náznak: Pomocí funkcí $P_p(X \geq k) + P_p(X \leq k_p^*)$ a $P_p(X \leq k) + P_p(X \geq k_p^{**})$, které nejsou monotónní, se dá definovat obecně nesouvislá konfidenční množina. Ta se pak doplní na interval.
- Ejhle, další modifikace potřebná k tomu aby se konfidenční množiny vůbec „začaly chovat logicky“.
- S Clopper-Pearsonovým CI takové problémy nejsou. Dolní, resp. horní mez se definuje pomocí rostoucí, resp. klesající funkce $P_p(X \geq k)$, resp. $P_p(X \leq k)$ (přístup TOTT).
- Nemám se přidat na stranu Vose a Hudsonové a Blakerův CI spolu s celým přístupem BTT zavrhnout?

Ještě z jiné strany... (Závěr č. 2)

- Už dlouho mám ovšem před očima jinou „špatnost“ Blakerova CI, která je důsledkem přístupu BTT.
- Aspoň náznak: Pomocí funkcí $P_p(X \geq k) + P_p(X \leq k_p^*)$ a $P_p(X \leq k) + P_p(X \geq k_p^{**})$, které nejsou monotónní, se dá definovat obecně nesouvislá konfidenční množina. Ta se pak doplní na interval.
- Ejhle, další modifikace potřebná k tomu aby se konfidenční množiny vůbec „začaly chovat logicky“.
- S Clopper-Pearsonovým CI takové problémy nejsou. Dolní, resp. horní mez se definuje pomocí rostoucí, resp. klesající funkce $P_p(X \geq k)$, resp. $P_p(X \leq k)$ (přístup TOTT).
- Nemám se přidat na stranu Vose a Hudsonové a Blakerův CI spolu s celým přístupem BTT zavrhnout?
- Že by téma na ROBUST 2016?

Děkuji za pozornost