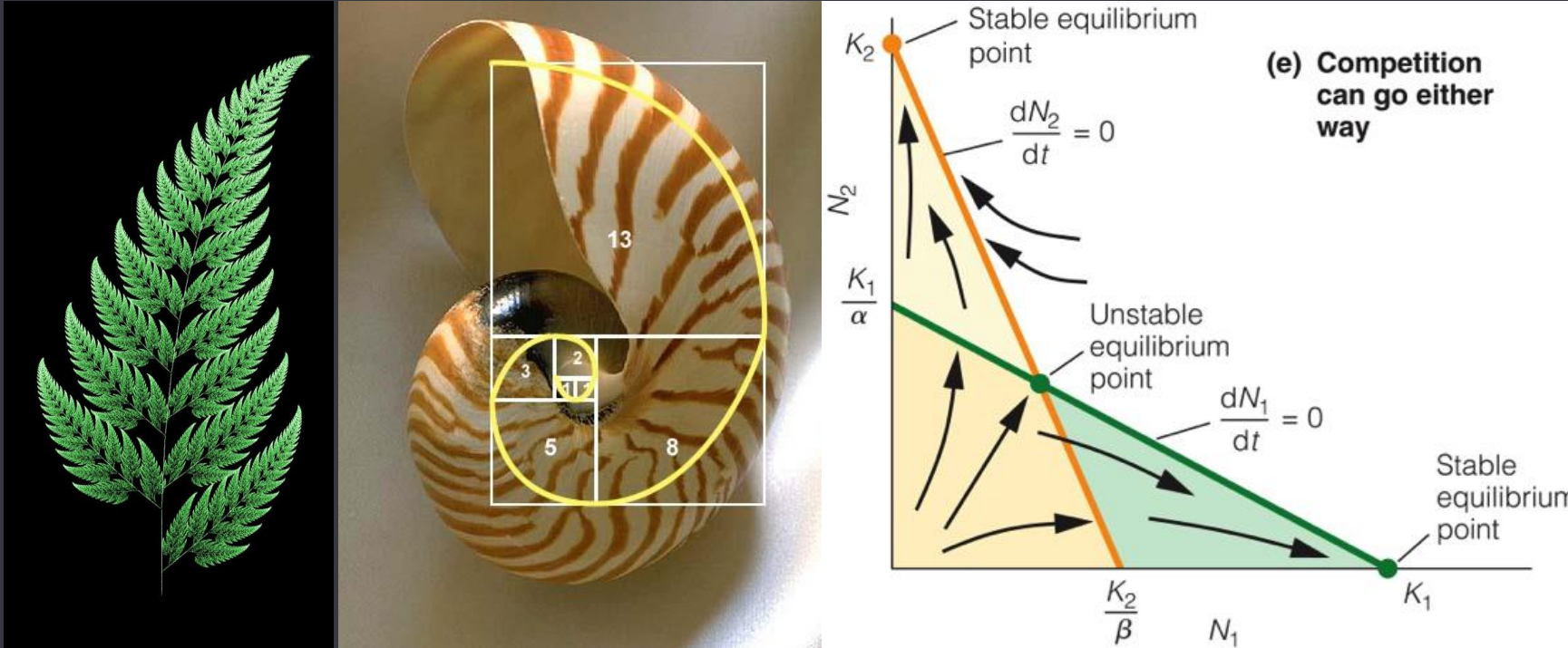


# Matika na divoko a v divočině: evoluce, ekologie a modely

Pavel Drozd (Ostravská univerzita)



„Matematika je jazyk, v němž je psána kniha přírody.“ (Galileo Galiei)

# Život ekologa: představa



## Hmyzí vegetariáni

v hledáčku českých vědců

Ta otázka už asi napadla každého: Kolik vlastně žije na naší planetě druhů? Přesnou odpověď se zcela jistě nedozvíme nikdy. Každým dnem jsou totiž objevovány nové, zároveň však řada jiných vymírá. Podle velmi obecných odhadů žije na Zemi 8,7 milionu druhů organismů (asi 1,7 milionu je přitom popsáných), přičemž hmyz zde hraje klíčovou úlohu.

**H**myz představuje kolem 70 % známých druhů. Polovina z tohoto počtu jsou tzv. herbivoři, tedy hmyz, který preferuje vegetariánský způsob života. Míslo aby s kulinářskými choutkami šel na jiný hmyz, spokojuje se s rostlinnou potravou. Kdyby věda dokázala říci, kolik takových hmyzích vegetariánů existuje, pak by mohla přesněji odhadnout celkový počet všech organismů, což je snem mnoha biologů.

Právě na výzkum těchto příslušníků rozvádějí hmyzí řetězec zeměpisní vědci z Ostravy.

### PACHATELÉ ŠKOD

Tým entomologů z katedry biologie a ekologie Přírodovědecké fakulty Ostravské univerzity ve spolupráci s Entomologickým ústavem Akademie věd České republiky zkoumá zákonitosti rozšíření druhového bohatství herbivorů na Zemi již od roku 1999. Nebyvá úplně běžné, aby práce českých vědců pronikla na stránky prestižních časopisů *Science* nebo *Nature*, řídí kolem docenta Drozda.

BIOLOGIE | VÝZKUM



# Život ekologa: realita

RStudio

File Edit Code View Plots Session Build Debug Profile Tools Help

Go to file/function Addins

Vztahy.R

```
684
685 #boxplots size vs Pesticid
686 par(mar=c(4.2,4.4,2,1),mfrow=c(3,2),las=1)
687 for (i in kmp) {
688   mkonc<-c(0,6.25,12.5,25,50,75,100)
689   mdat1<-plotny[plotny$Kmen==i & plotny$Konc==0,]
690   mn1<-tapply(mdat1$Size,mdat1$Pesticid,mean,na.rm=T)
691   boxplot(Size~Pesticid,mdat1)
692   title(main=i)
693   points(1:4,mn1,col="red",pch=15)
694 }
695
696
697 #boxplot size vs Kmen
698 par(mar=c(4.2,4.4,2,1),mfrow=c(2,2),las=1)
699 for (i in pestp) {
700   mkonc<-c(0,6.25,12.5,25,50,75,100)
701   mdat1<-plotny[plotny$Pesticid==i & plotny$Konc==0,]
702   mn1<-tapply(mdat1$Size,mdat1$Kmen,mean,na.rm=T)
703   boxplot(Size~Kmen,mdat1)
704   title(main=i)
705   points(1:6,mn1,col="red",pch=15)
706 }
707
708
709
```

Environment History Connections Tutorial

Global Environment

growth	35 obs. of 1 variable
mdat1	30 obs. of 5 variables
plotny	838 obs. of 5 variables
sizemax	num [1:6, 1:4] 100 100 100 100 100 100 100 100 100 ...
sizemin	num [1:6, 1:4] 10 10 10 10 10 10 10 10 10 ...
sporul	35 obs. of 1 variable
spory	838 obs. of 5 variables

Values

i	"Sanium"
j	"A_muscarius"
kmp	chr [1:6] "A_muscarius" "B_bassiana" "B_pseudobassiana" "C_fumosorosea"
kms	chr [1:6] "A_muscarius" "B_bassiana" "B_pseudobassiana" "C_fumosorosea"
kp	1
ks	1
mkonc	num [1:7] 0 6.25 12.5 25 50 75 100
mn1	num [1:6(1d)] 42.2 36 64.7 53.5 34.5 ...

Files Plots Packages Help Viewer Presentation

Zoom Export Publish

Agil

Garlon

Kmen

Lontrel

Sanium

Size

A\_muscarius C\_fumosorosea M\_robortsii

Console Terminal Background Jobs

```
R 4.2.2 > D:/Cloud/GoogleDisk/DiplomkyMSAktual/2025 Vita Chobot/
> load("D:/Cloud/GoogleDisk/DiplomkyMSAktual/2025 Vita Chobot/RdataNew.RData")
> summary(lm(sporul$Inhibice ~ growth$Inhibice))

Call:
lm(formula = sporul$Inhibice ~ growth$Inhibice)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-57.663 -23.927  -0.956  24.204  53.843

Coefficients:
(Intercept)      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
growth$Inhibice  0.4111    0.1888    2.178  0.03669 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

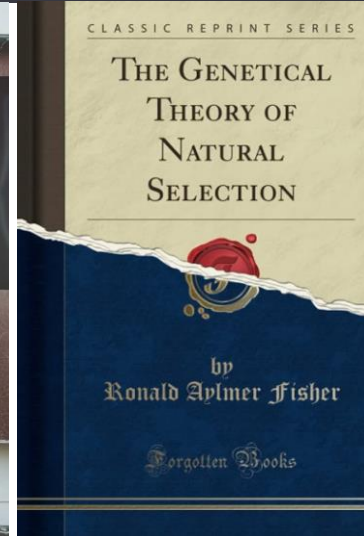
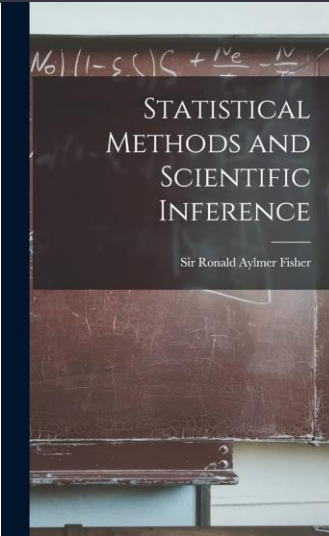
Residual standard error: 31.48 on 33 degrees of freedom
```



# Matematické mozky v biologii

## Ronald A. Fisher (1890–1962)

- maximum likelihood estimation
- fisherovská statistika (p-value, parametry základního souboru, stupně volnosti, ANOVA)
- kvantitativní genetik
- matematické zákony evoluce
- základy moderní genetiky a neodarwinismu



## Robert MacArthur (1930–1972)

- modely životní strategie, ostrovní biogeografie

## Robert May (1936–2020)

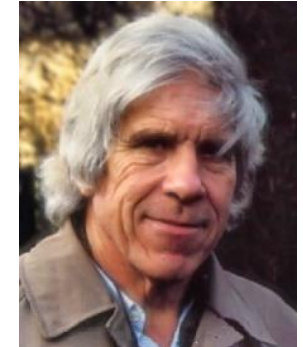
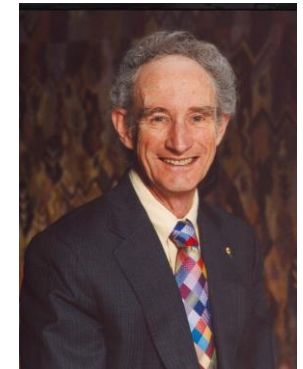
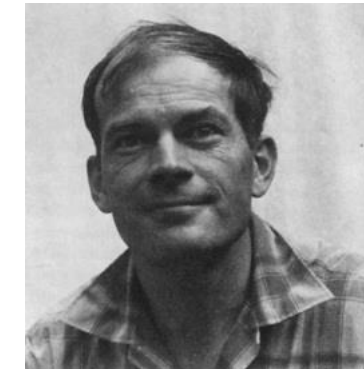
- modelování populací

## John Maynard Smith (1920–2004)

- evolučně stabilní strategie

## William Hamilton (1936–2000)

- koeficient příbuznosti, geometrie sobeckého stáda



# Matematické mozky v biologii

Nature Vol. 261 June 10 1976

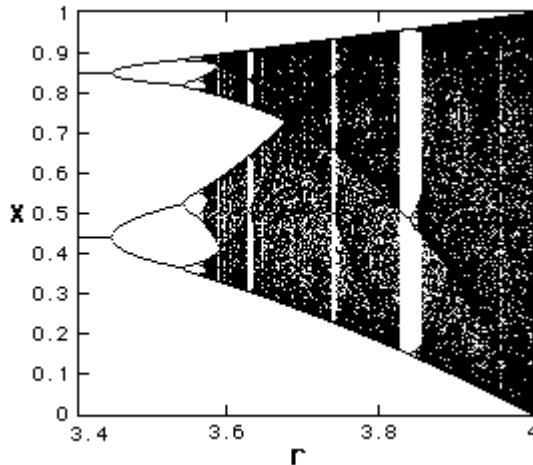
459

## review article

### Simple mathematical models with very complicated dynamics

Robert M. May\*

First-order difference equations arise in many contexts in the biological, economic and social sciences. Such equations, even though simple and deterministic, can exhibit a surprising array of dynamical behaviour, from stable points, to a bifurcating hierarchy of stable cycles, to apparently random fluctuations. There are consequently many fascinating problems, some concerned with delicate mathematical aspects of the fine structure of the trajectories, and some concerned with the practical implications and applications. This is an interpretive review of them.



NATURE VOL. 246 NOVEMBER 2 1973

### The Logic of Animal Conflict

J. MAYNARD SMITH

School of Biological Sciences, University of Sussex, Falmer, Sussex BN1 9QG

G. R. PRICE

Galton Laboratory, University College London, 4 Stephenson Way, London NW1

Conflicts between animals of the same species usually are of "limited war" type, not causing serious injury. This is often explained as due to group or species selection for behaviour benefiting the species rather than individuals. Game theory and computer simulation analyses show, however, that a "limited war" strategy benefits individual animals as well as the species.

and ask selection offensive other m in specie goes to 1 we seek tion; th or ESS. argumen games, z Hamilton an ESS of a pop would ei

## EVOLUTION

INTERNATIONAL JOURNAL OF ORGANIC EVOLUTION

PUBLISHED BY

THE SOCIETY FOR THE STUDY OF EVOLUTION

Vol. 17

DECEMBER, 1963

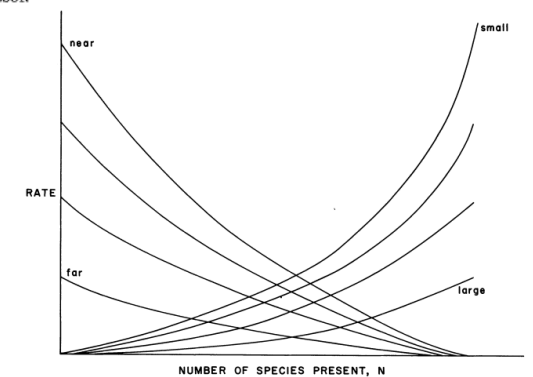
No. 4

AN EQUILIBRIUM THEORY OF INSULAR ZOOGEOGRAPHY

ROBERT H. MACARTHUR<sup>1</sup> AND EDWARD O. WILSON<sup>2</sup>

ZOOGEOGRAPHY

377



Letter | Published: 19 December 1970

### Selfish and Spiteful Behaviour in an Evolutionary Model

[Save](#)

[Related Papers](#)

[Chat with paper](#)

[W. D. HAMILTON](#)

[Nature](#) 228, 1218–1220 (1970) | [Cite this article](#)

# Cesta biologa k číslům: příklad OU

- matematika jako nástroj (pomůcka) pro popis biologických fenomenů a interpretaci interakcí

## Studenti (nižší ročníky)

- dotazníkové šetření na OU, neoblíbená (už od SŠ)
- učitelství biologie málo v kombinaci s matematikou
- „*biologii chci studovat, protože je tady málo matematiky*“

## Studenti (vyšší ročníky)

- obava, že budou potřebovat (alespoň statistiku)

## Biologové absolventi a doktorandi

- ohromná výhoda, pokud někdo znalosti má



Payoff matrix with saddlepoint

		party B		
		support	oppose	evade
party A	support	A 60% B 40%	A 20% B 80%	A 80% B 20%
	oppose	A 80% B 20%	A 25% B 75%	A 75% B 25%
	evade	A 35% B 65%	A 30% B 70%	A 40% B 60%
		saddlepoint		

# Příklad: Umíme uvažovat v číslech?

*Na rybníce rostou lekníny, jejichž plocha se každý den zdvojnásobí. Jestliže lekníny za 48 dní pokryjí celý rybník, za jak dlouho jimi zaroste jeho polovina?*



Předmět

Výsledek testu

Vážení studenti,

testy nedopadly moc dobře, ale nezaoufejte. Další termíny ještě stále ještě jsou.

Pár poznámek pro ty, kdo to budou zkoušet znova:

- lineární funkce opravdu nemá zvonovitý tvar
- ano, distribuční funkce popisuje pravděpodobnost, ale ta nemůže být od mínus nekonečna do plus nekonečna
- žádný rozptyl jste nemuseli počítat, měli jste ho napsaný v zadání (pokud jste věděli, že se značí  $\sigma^2$ )
- testovou hodnotu pro t-test značíme t a pravděpodobnost nastání určitých hodnot zjišťujeme z t-rozdělení (totéž pro F-test :)
- pravděpodobnost že je počet vajec menší než 3, znamená že sečtu pravděpodobnosti pro 0, 1, 2

Zdraví  
P.D.

# Příklad: Bayesova věta ve statistice

- pravděpodobnost může mít i „komplikovanější“ podoby
- selský rozum a trochu zjednodušení
- příklady senzitivita a specificita lékařského testu

## • Bayesova věta

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)}$$



*Nasonia vitripennis* – parazitioid, 72 % populace tvoří samice, odchylka od poměru pohlaví (local mate competition)

80 % neobsazené

P(samec) = 5 %

P(samice) = 95 %

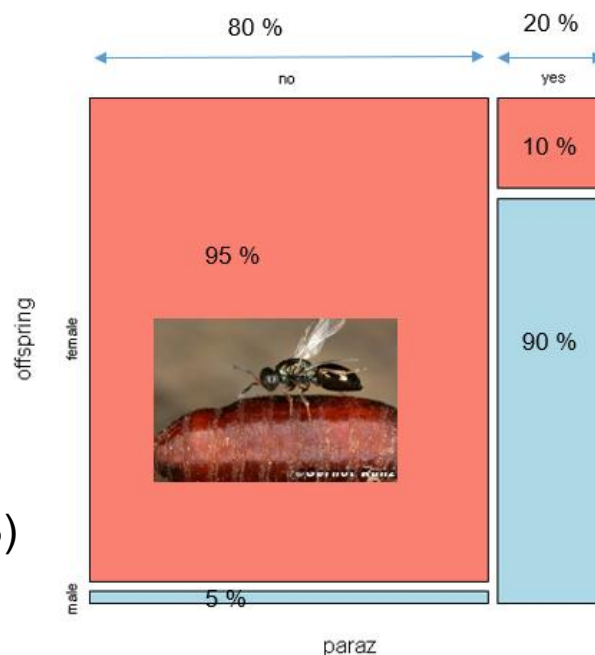
20 % obsazené

P(samec) = 90 %

P(samice) = 10 %

Jaká je pravděpodobnost, že byla kukla podruhé parazitována (A), když zjistím, že klade samce (B)

$$P(A|B) = \frac{0.05 \times 0.8}{0.05 \times 0.8 + 0.2 \times 0.9} = \frac{0.04}{0.04 + 0.18} = \mathbf{0.181}$$



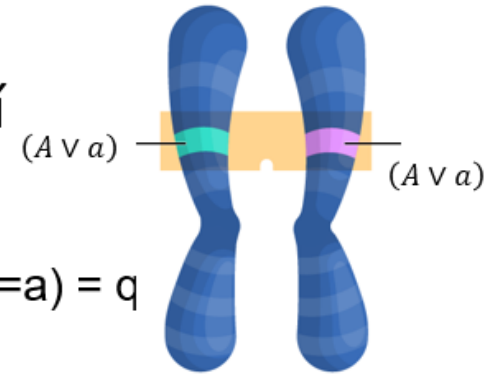
parazitovaná		sex	P(A ∩ B)
ne	0.8	f	0.95
		m	0.05
ano	0.2	f	0.10
		m	0.90
			0.76
			0.04
			0.02
			0.18

# Příklad: Hardyho-Weinbergův zákon populační genetiky

- vyžaduje pouze základní znalosti průniku a sjednocení pravděpodobností

- Hardy-Weinberg equilibrium předpoklady

- diploidie, sexuální reprodukce, diskrétní model
- panmixie: nekonečně velká populace, náhodné křížení
- bez selekce, bez mutací, bez migrace



dvě varianty genu (alely) s různou pravděpodobností  $P(X=A) = p$ ,  $P(X=a) = q$   
 jaké alely ponese náhodně vybraný jedinec



$$(A \vee a) \wedge (A \vee a)$$

$$(p \cup q) \cap (p \cup q) = \Omega$$

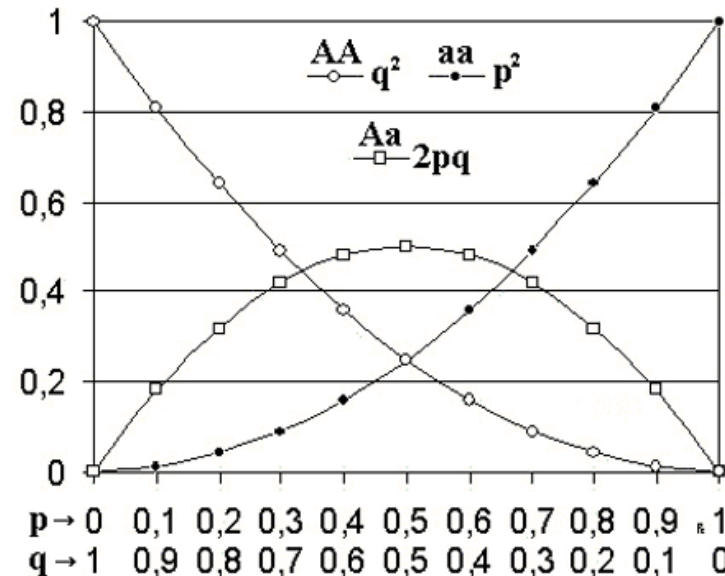
$$(p + q) \cdot (p + q) = 1$$

$$p^2 + 2pq + q^2 = 1$$

AA

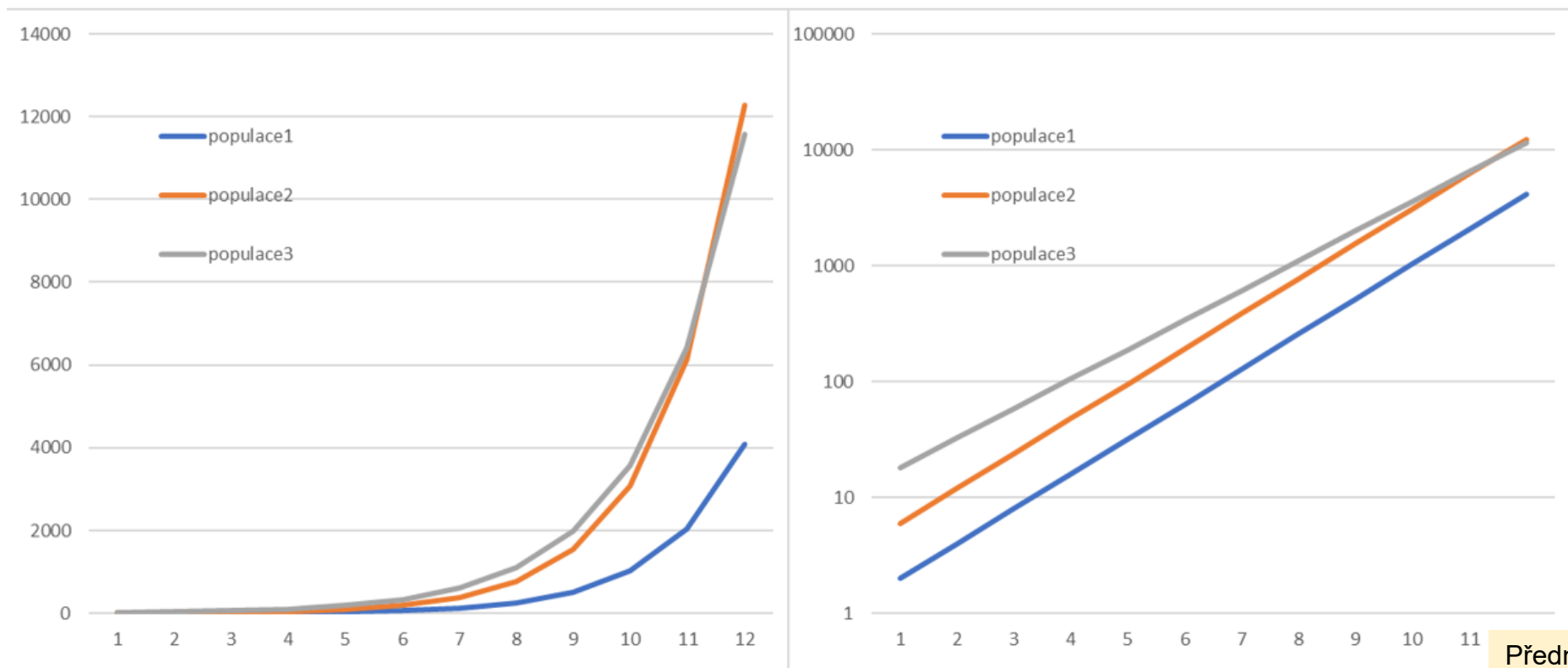
Aa

aa



# Příklad: Využití logaritmu pro odhad rychlosti růstu

- logaritmizace počtu jedinců na ose Y umožní odhadnout, kdy je míra růstu u dvou populací stejná
- umožňuje zobrazit rozdíly v malých i vysokých hodnotách v jednom grafu



# Příklad: Rovnice vnitrodruhové konkurence

- rychlost růstu se musí lineárně měnit v závislosti na hustotě jedinců
- když je jedinců málo – blíží se rychlost exponenciálnímu růstu
- když dosahuje nosné kapacity prostředí, je rychlost nulová

- Pierre Franois Verhulst 1838 – logistická rovnice (po četbě Malthuse)
  - znovuobjevena 1920 (Raymond Pearl), 1925 Alfred Lotka

- růst musí být dán funkcí, která se mění s  $N$ , tzn.  $f(N)$

- nejlépe pmka (2 body)

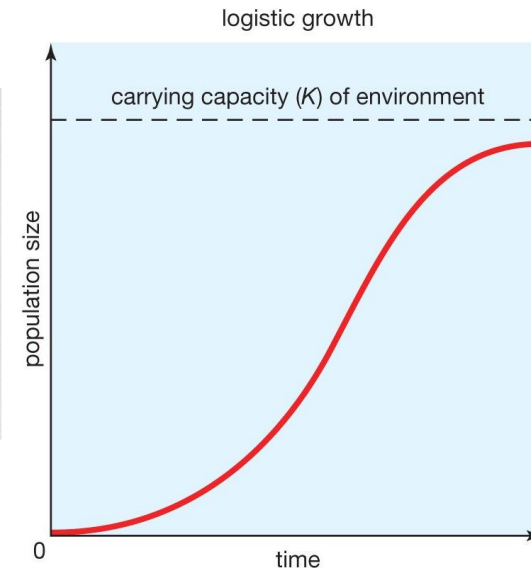
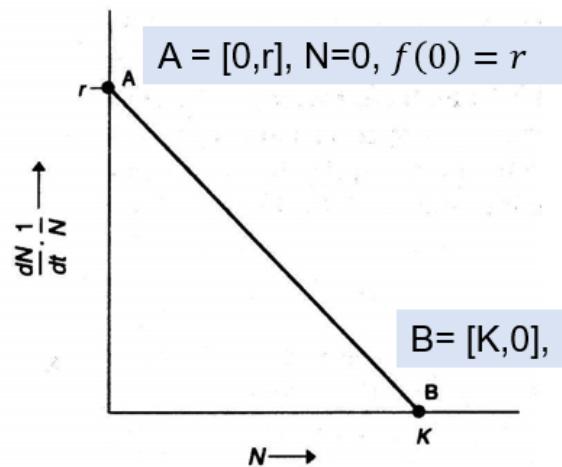
$$f(N) = bN + a$$

$$\frac{1}{N} \cdot \frac{dN}{dt} = f(N) = bN + a$$

$$b = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - r}{K - 0} = \frac{-r}{K}$$

$$a = r$$

$$\frac{dN}{dt} = \left( -\frac{r}{K} \cdot N + r \right) \cdot N$$



$$N_t = \frac{K}{e^{a-rt} + 1}$$

$$a = \frac{K - N_0}{N_0}$$

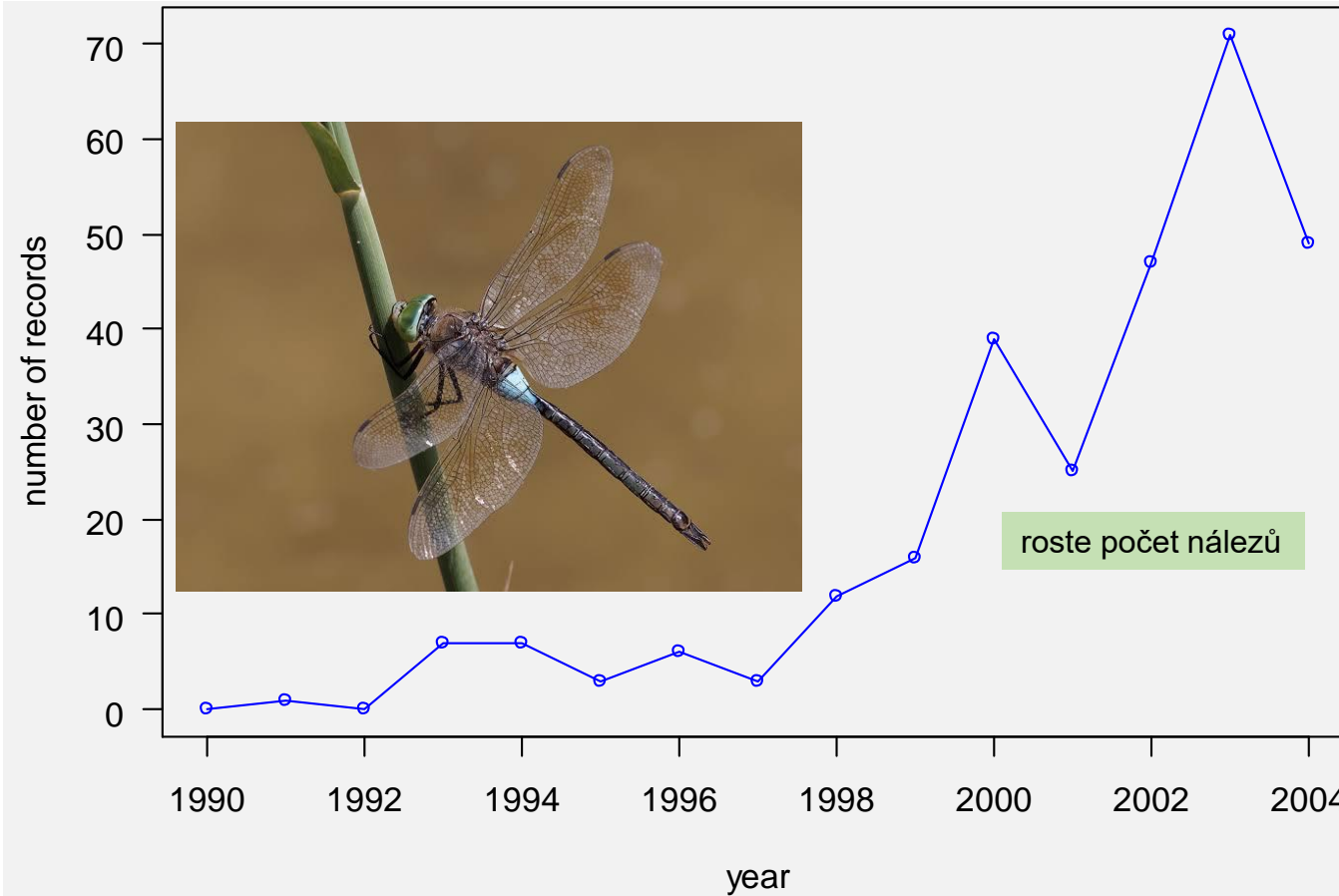
$$\frac{dN}{dt} = rN \frac{K - N}{K}$$

# Zrádná čísla

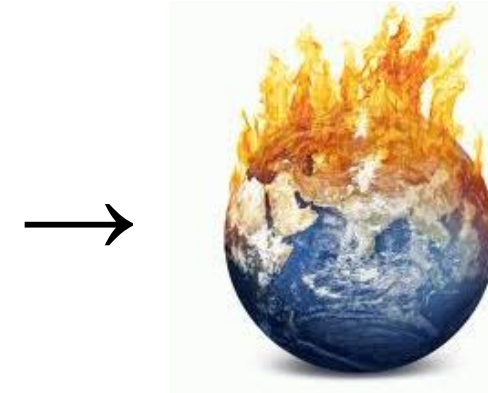


# Někdy nás intuice zradí

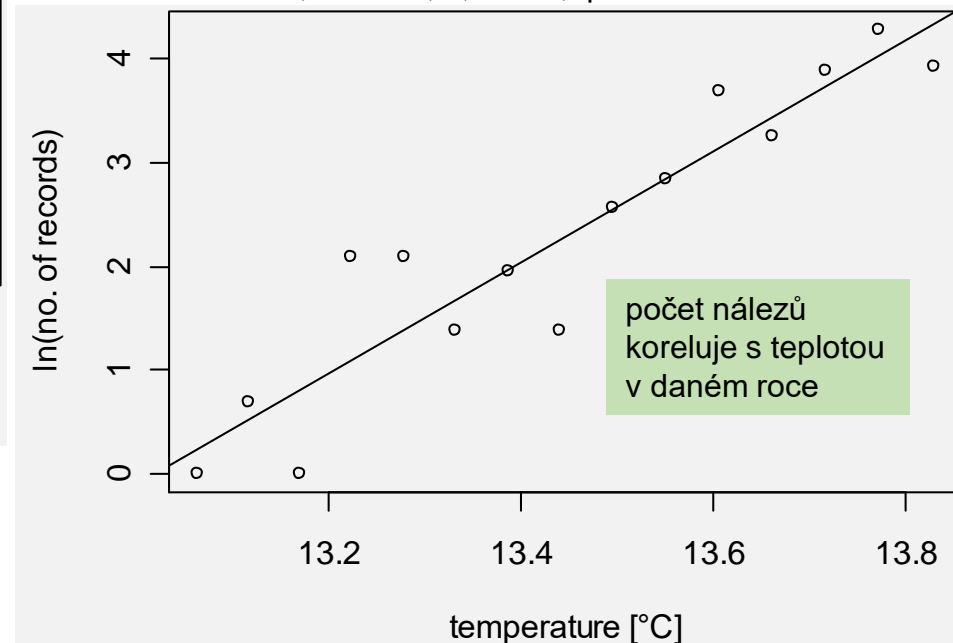
- **Hypotéza:** Početnost vážky stoupá v důsledku oteplování



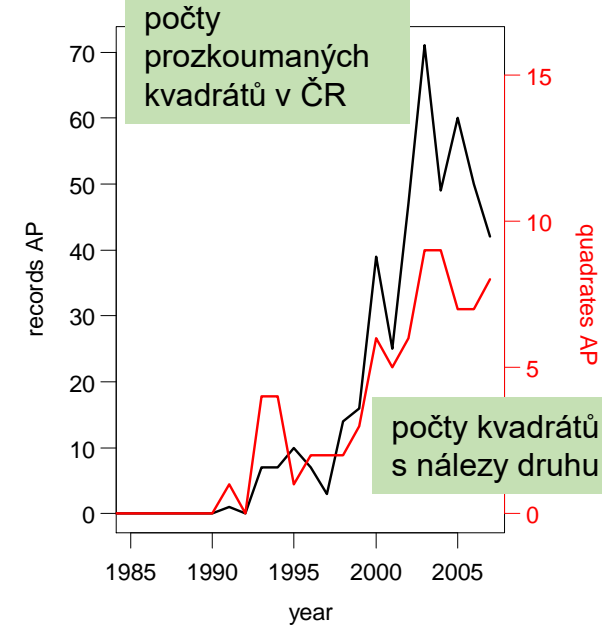
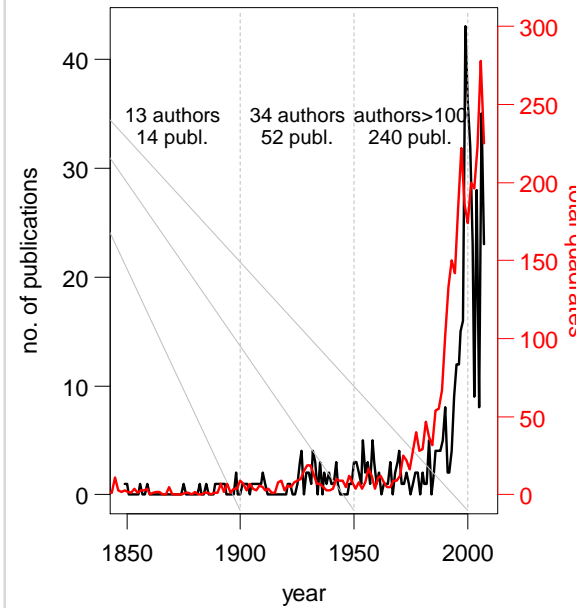
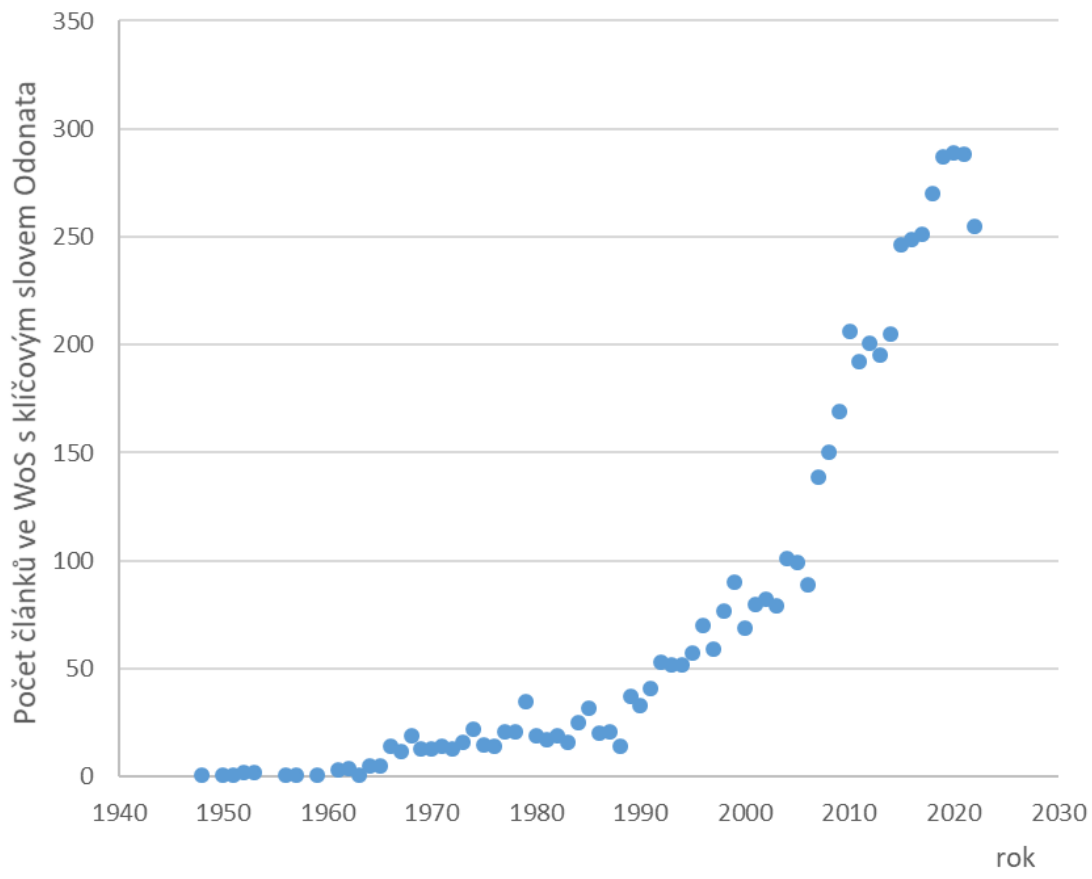
výskyt druhu *Anax parthenope* v ČR



$r^2 = 0.87$ ,  $F = 84.7$ , 1,13 d.f.,  $p\text{-value} = 4.672e-07$



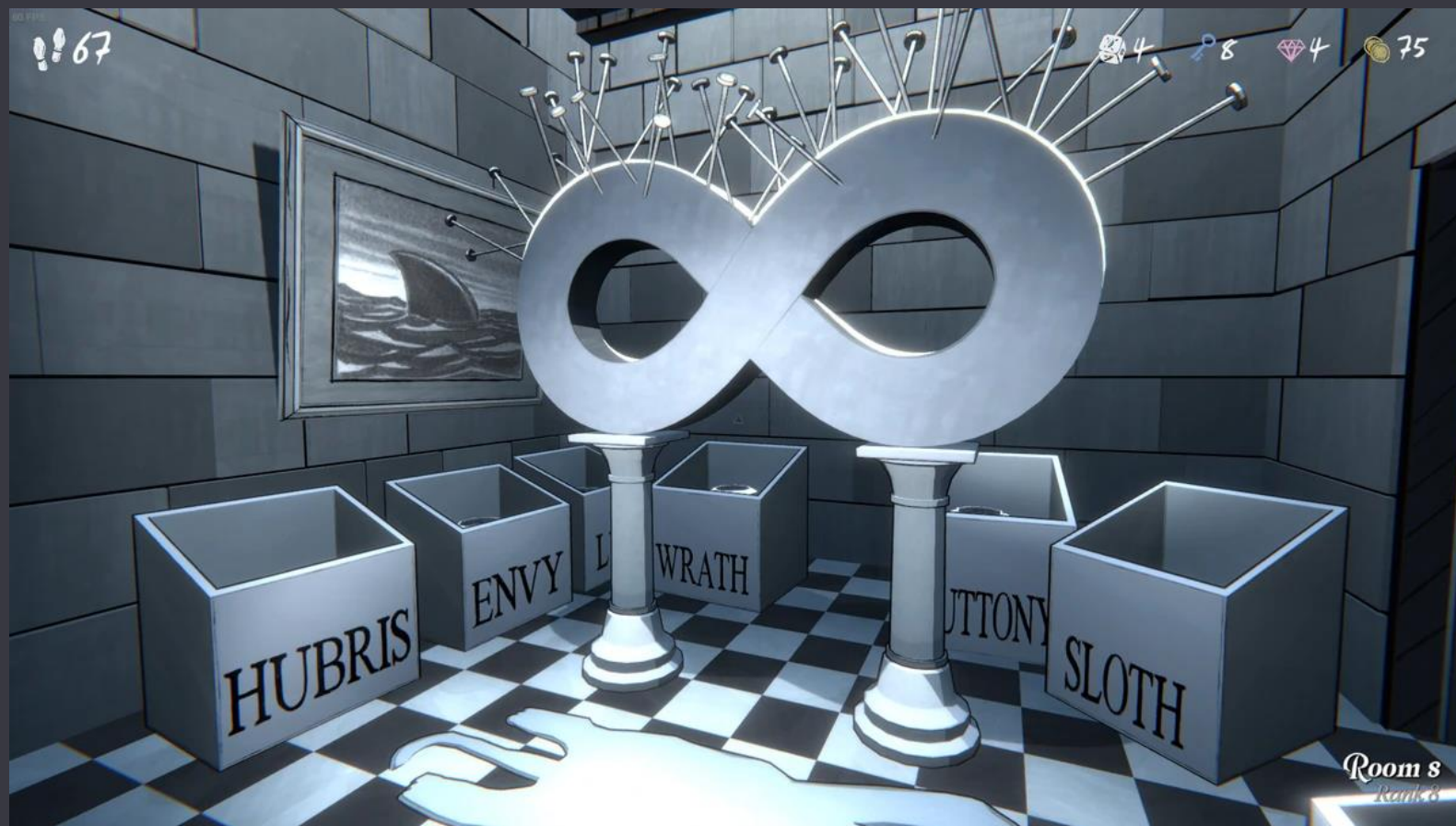
# Musíme ale o číslech přemýšlet: dvakrát měř, jednou řež



Číslo často zjednodušuje interpretaci, ale ...

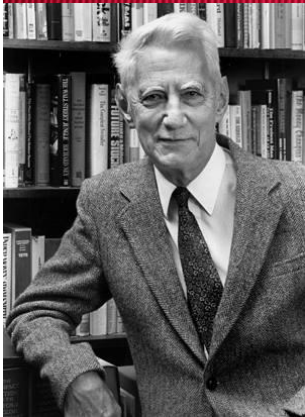
- čísla nelze slepě interpretovat
- předsudky a špatné chápání „matematiky“ vedou ke slepé interpretaci

# Posvátná čísla

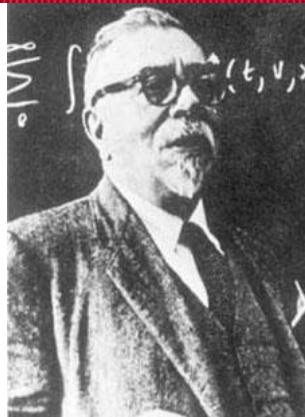


# Jak to je s druhovou diverzitou

- druhová diverzita (D) znamená rozmanitost druhů
  - počet druhů (species richness) a proporční zastoupení druhů (evenness)
  - indexy druh. diverzity bývají považovány za univerzální indikátory v ekologii



Claude E. Shannon  
„otec“ informatiky



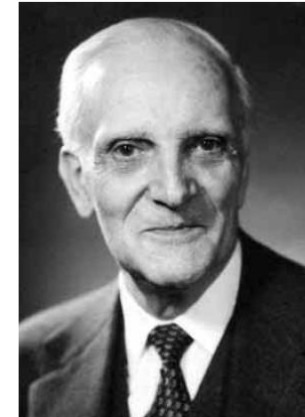
Norbert Wiener  
„otec“ kybernetiky



Warren Weaver  
matematik



Edward H. Simpson  
matematik



Léon Brillouin  
fyzik



George Yule  
lingvista



Mark O. Hill  
ekolog

# Shannon–Wienerův index diverzity

- původně míra informační entropie
  - míra nejistoty hodnoty znaku při náhodně generovaných hodnotách
  - „kolik potřebuji informace (v bitech), abychom určili následující znak“
  - vysoká diverzita znaků = vyšší entropie, uniformní proporce = nejvyšší entropie

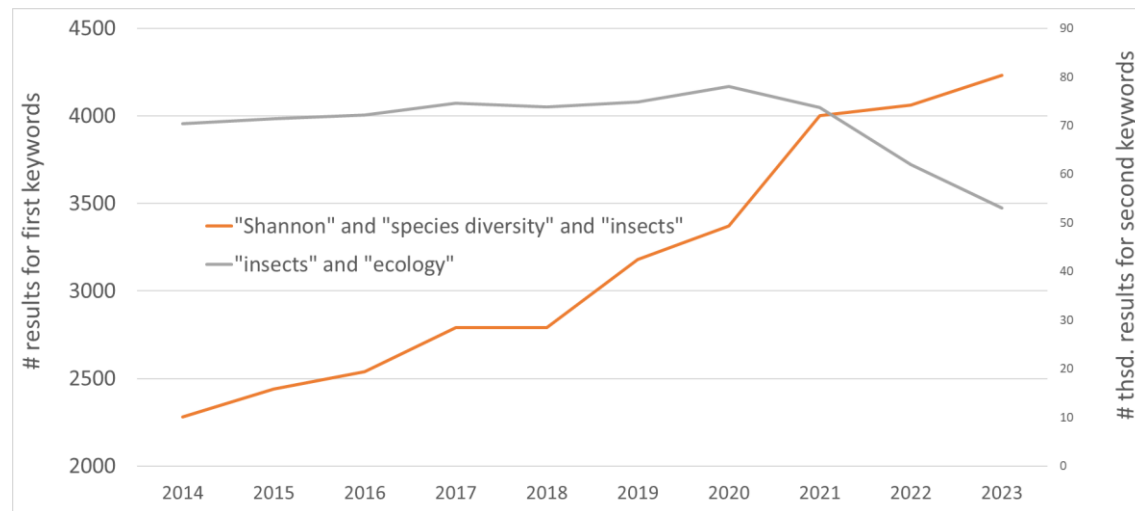
**E1:** A A A B A A A A A B A A A A A H=0,54

**E2:** A B B B A B A A A B B A B A A B H=1,00

**E3:** B C B A C B C C A B B A B C A B H=1,54

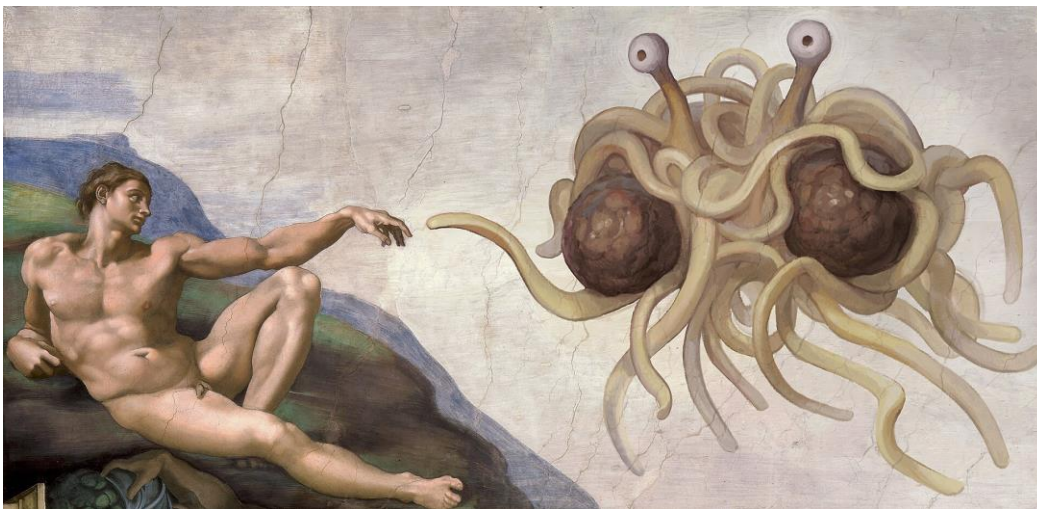
$$H' = - \sum_{x=1}^s \frac{n_x}{N} \log_2 \frac{n_x}{N}$$

$$E = \frac{H'}{H_{\max}} = \frac{H'}{\log_2 s}$$



# Co říkají čísla: Měli bychom rozumět, když aplikujeme

- 100 publikací (2023 –2024), ve kterých je použit Shannonův index
  - v 65 článcích autoři **nekomentovali hodnoty indexu** (pouze spočítali)
  - v 63 článcích autoři **nepoužili standardizaci velikosti vzorků** (srovnávají se vzorky 20 jedinců a 200 jedinců)
  - v 68 článcích autoři **neuvedli základ logaritmu** pro výpočet
  - v 17 případech byl index počítán pro vzorky s méně než 20 jedinci



Editor's Choice and Forum

## Avoiding erroneous citations in ecological research: read before you apply

Martin Šigut, Hana Šigutová [✉](#), Petr Pyszko, Aleš Dolný, Michaela Drozdová, Pavel Drozd

First published: 24 April 2017 | <https://doi.org/10.1111/oik.04400> | Citations: 1

[Read the full text >](#)

[PDF](#) [TOOLS](#) [SHARE](#)

### Abstract

The Shannon–Wiener index is a popular nonparametric metric widely used in ecological research as a measure of species diversity. We used the Web of Science database to examine cases where papers published from 1990 to 2015 mislabelled this index. We provide detailed insights into causes potentially affecting use of the wrong name 'Weaver'

# Odvážná čísla



# Počty druhů organismů v číslech

- Procaryota (Bacteria a Archaea)
  - 2,1–4,3 mil. druhů
- Eucaryota („vyšší“ organismy)
  - 1,74 – 2,1 mil. druhů
  - odhady v rozsahu kolem 8–10 milionů
- ročně popsáno 18 – 19 000
- odhady počtů se dost liší

biology  
**letters**  
Evolutionary biology

*Biol. Lett.* (2007) 3, 678–681  
doi:10.1098/rsbl.2007.0373  
Published online 18 September 2007

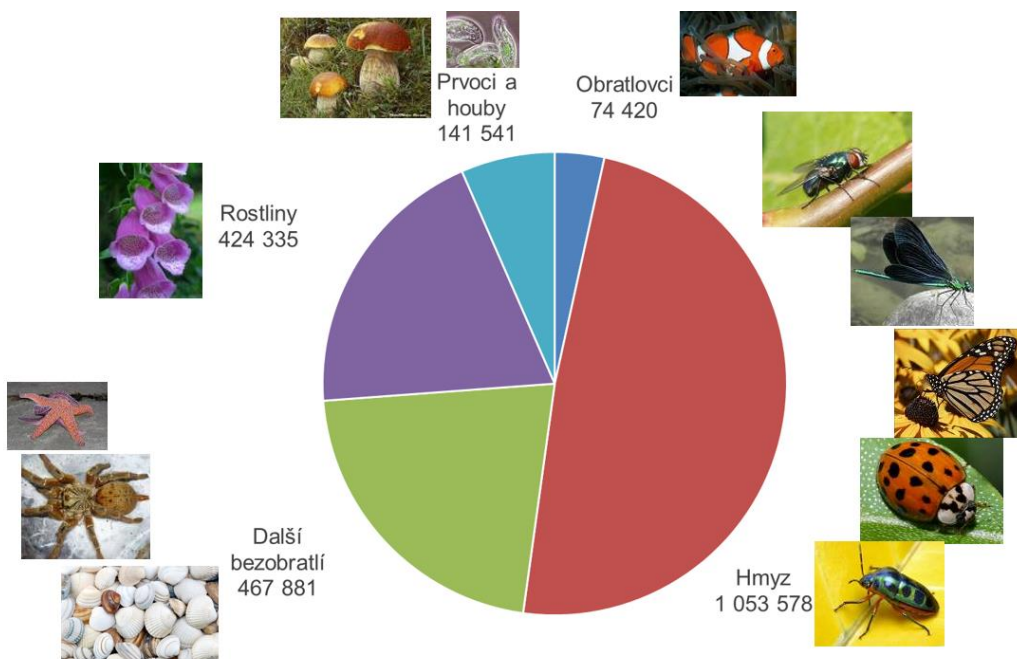
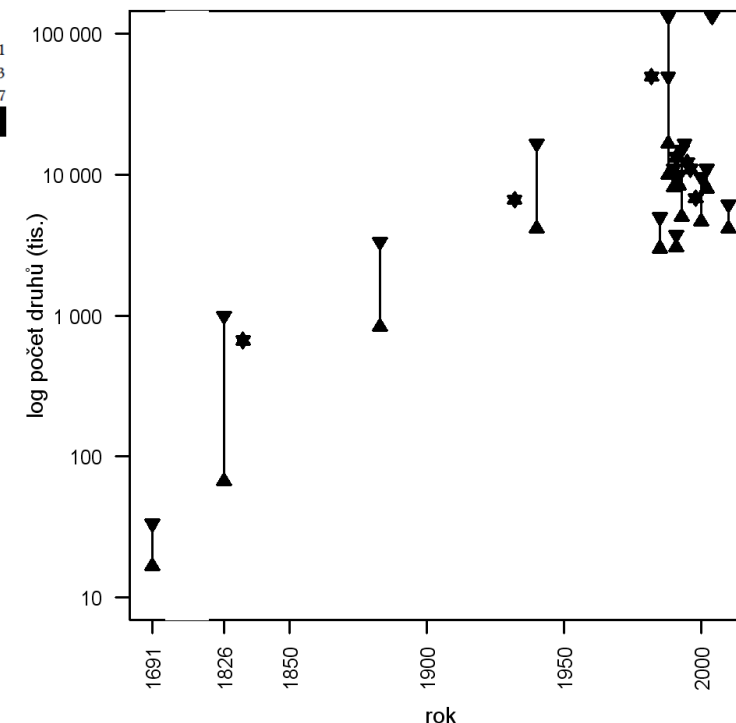
## Are we underestimating the diversity and incidence of insect bacterial symbionts? A case study in ladybird beetles

Lucy A. Weinert<sup>1,\*</sup>, Matthew C. Tinsley<sup>2</sup>,  
Matilda Temperley<sup>1</sup> and Francis M. Jiggins<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Institute of Evolutionary Biology, University of Edinburgh,  
Edinburgh EH9 3JT, UK

<sup>2</sup>School of Biological and Environmental Sciences,  
University of Stirling, Stirling FK9 4LA, UK

\*Author for correspondence (lucy.weinert@ed.ac.uk).



ECOLOGY

## Tropical Arthropod Species, More or Less?

Robert M. May

NATURE | Vol 448 | 9 August 2007

www.sciencemag.org SCIENCE VOL 329 2 JULY 2010

Published by AAAS

BIODIVERSITY

## World of insects

Nigel E. Stork

When it comes to understanding patterns of biodiversity, ours is a little-known planet. Large-scale sampling projects, as carried out in two investigations of insect diversity, show a way forward.

# Historický okamžik: Jak zhruba na to?

- Kolik je druhů členovců (Arthropoda) v tropech?
  - členovci = hmyz + stonožkovci + korýši + klepítkatci
  - Terry Erwin 1982, Panama, fumigace (fogging)
  - koruny stromu *Luehea seemannii* (19 jedinců)
- základem odhadu je hmyz
  - vybráni brouci (tvoří 40 % členovců)
  - ideální jsou herbivorní brouci (žerou rostliny)



# Erwinův odhad členovců

- 9000 jedinců, 1200 druhů brouků
  - 682 druhů herbivorů na jednom druhu stromu
- předpoklady
  - dřevin v tropech = 50 000 druhů
  - neherbivoři u brouků = 20 % herbivorů
  - fauna korun = 66 % celku
  - brouci = 40 % členovců
  - specialistů je 20 % unikátních pro druh

Parametr	hodnota
neherbivoři	20 %
specialisté	20 %
canopy (koruny)	66 %
brouci/arthr.	40 %
dřevin (tropy)	50 000

The Coleopterists Bulletin, 36(1):74–75. 1982.

TROPICAL FORESTS: THEIR RICHNESS IN  
COLEOPTERA AND OTHER ARTHROPOD SPECIES

TERRY L. ERWIN

National Museum of Natural History, Smithsonian Institution,  
Washington, DC 20560

$$0.2 \times 682 \times 50\,000 \times 1.2 / (0.66 \times 0.4) = 31 \text{ mil.}$$

specialisté herbivoři druhů stromů neherbivorních celek z korun stromů celek z brouků celkově členovců

# Jak dostat přesnější čísla

- PNG, 50 různě příbuzných druhů stromů
- přes 1000 druhů testovaných herbivorů
- přes 60 000 jedinců herbivorů
- kolik je druhů členovců v tropech?
  - Erwin: 136 specialistů → **31 mil.**
  - Novotný et al.: 33 specialistů → **3.6–5.9 mil.**

NATURE | VOL 416 | 25 APRIL 2002 | www.nature.com

© 2002 Macmillan Magazines Ltd

## Low host specificity of herbivorous insects in a tropical forest

Vojtech Novotný<sup>+</sup>, Yves Basset<sup>†</sup>, Scott E. Miller<sup>‡</sup>, George D. Weiblen<sup>§</sup>, Birgitta Bremer<sup>||</sup>, Lukas Cizek<sup>+</sup> & Pavel Drozd<sup>¶</sup>



# Když se potká ekolog s matematikem



**LOVES SCIENCE**

**EXCEPT FOR PHYSICS, CHEMISTRY AND  
MATHEMATICS**

WHY DO MATHEMATICIANS  
LIKE NATURE PARKS?

**BECAUSE OF ALL THE  
NATURAL LOGS.**

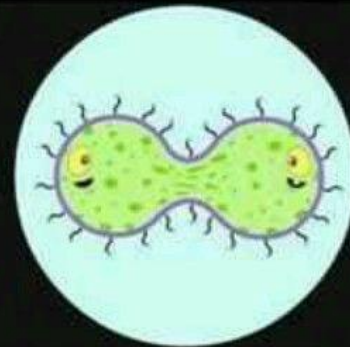


# Závěrem: Je spolupráce možná/potřebná?

- ekologové matematiku potřebují (ti dobří si to uvědomují)
- matematici ekology moc nepotřebují, ale mohou se podílet na zajímavých článcích
- musí najít společný jazyk (zpočátku bez odborných termínů)
- biolog musí:
  - přiznat, že jeho data jsou často fuzzy, neúplná a někdy náhodná
  - tolerovat zjednodušení
  - chápat, že model není pravda, ale nástroj
- matematik musí
  - přijmout, že vstupní parametry jsou někdy prostě „vibe“
  - tolerovat realitu („ekolog ji zpočátku chce popsat“)
  - chápat, že biolog přikyvuje i když je mimo

# Děkuji za pozornost

Kontakt:  
Pavel Drozd  
Katedra biologie a ekologie  
Chittussiho 10, 710 00 Ostrava  
e-mail: pavel.drozd@osu.cz



BIOLOGY - THE ONLY SCIENCE  
WHERE MULTIPLICATION AND  
DIVISION MEAN THE SAME THING

Elementary School:

I DON'T LIKE MATH!  
TOO MANY NUMBERS!

High School:

Oh yeah? Try numbers  
AND letters.

College:

You guys  
get numbers?