

## Distribuce

1. Nalezněte rozvoj do Fourierových řad pro periodické distribuce:

a) v.p.  $\cotg \pi x$       b) v.p.  $\operatorname{tg} \pi x$       c) v.p.  $\frac{1}{\sin \pi x}$

2. Dokažte, že:

a)  $\delta(\mathbb{A}x) = \frac{1}{|\det \mathbb{A}|} \delta(x)$

b)  $\delta_0(x - b) = \delta_b(x)$

c)  $\delta(ax) = \frac{1}{|a|^N} \delta(x)$ .

3. Ukažte, že metoda zavedení distribucí  $x_+^\lambda$  pomocí Taylorova rozvoje testovacích funkcí dává totéž co na přednášce.

4. Ukažte, že limity

$$\lim_{\lambda \rightarrow -2m} |x|^\lambda \quad \lim_{\lambda \rightarrow -2m+1} |x|^\lambda \operatorname{sign} x$$

existují v  $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$  a tudíž definují distribuce  $x^{-2m}$  resp.  $x^{-2m+1}$ .

(Po:) Skoupý, Slezák P., Slezák D., Štolc, Šípka, Uhliarová (St:) Peštová, Vyhňálková

5. Dokažte pro  $k \in \mathbb{N}$

$$\begin{aligned}(x \pm i0)^{-k} &= x^{-k} \mp \frac{i\pi(-1)^{k-1}}{(k-1)!} \delta^{(k-1)}(x) \\ x^{-k} &= \frac{1}{2} \left( (x+i0)^{-k} + (x-i0)^{-k} \right) \\ (x+i0)^{-k} - (x-i0)^{-k} &= 2\pi i \frac{(-1)^{k-1}}{(k-1)!} \delta^{(k-1)}.\end{aligned}$$

(Po:) Borák, Čížek, Kassayová, Knob, Kotlařík, Poláček (St:) Novotný, Spasovová

Dál budeme dokazovat některé položky z tabulky Fourierových transformací distribucí.

Speciálně na příště:

- (13):  $\mathcal{F}(x_+^n)$

(Po:) Jurček, König, Kouba, Ronovský, Vlasáková (St:) Bardachová, Kepčija

- (15) a (16):  $\mathcal{F}(x_-^n)$  a  $\mathcal{F}(|x|)$

(Po, St:) všichni ostatní