

3. zápočtová písemka

Uvažujme 2π -periodickou funkci f . Necht' dále je

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \in (-\pi, \pi), \\ 0, & x = \pi. \end{cases}$$

1. Dokažte, že tato funkce má konečnou variaci na $[-\pi, \pi]$.
2. Rozviňte ji ve Fourierovu řadu, tj. nalezněte koeficienty a_n , $n \in \mathbb{N}_0$ a b_n , $n \in \mathbb{N}$ takové, že platí

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx), \quad x \in (-\pi, \pi).$$

3. S pomocí předchozího příkladu sečtěte následující řadu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}.$$