

1. úloha (4 body)  
Nechť  $A \subset B$ ,  $B \cap C = \emptyset$ . Rozhodněte (s patřičným zdůvodněním), zda může existovat  $x \in A \cap C$ .

2. úloha (4 body)  
Nechť je posloupnost  $x_1, x_2, \dots$  definovaná takto:  $x_1 = 1$ ,  $x_k = x_{k-1} + k!$  pro  $k \geq 2$ . Dokažte, že všechna  $x_k$  jsou lichá.

3. úloha (4 body)  
Na celých číslech definujeme relaci  $R$  takto:

$$xRy \Leftrightarrow |x - y| = 2009.$$

Rozhodněte, zda  $R$  je

- (a) reflexivní,
- (b) symetrická,
- (c) tranzitivní.

4. úloha (4 body)  
Nechť  $f$  je zobrazení z  $\mathbb{N}$  do  $\mathbb{N}$ , které číslu  $n$  přiřadí počet prvočísel v množině  $\{1, 2, \dots, n+1\}$ . Rozhodněte, zda  $f$  je prosté/na.

5. úloha (4 body)  
Určete koeficient u členu  $x^{2009}y^{2010}$  po roznásobení závorek ve výrazu

$$(x + y^2)^{3013}(x + y + 1).$$

Kombinační čísla a faktoriály nemusíte rozepisovat.