

Třetí cvičení

19. října 2012

Příklad 1. Dokažte, že existuje nekonečně mnoho prvočísel.

Příklad 2. Buďte k, l nenulová celá čísla taková, že $NSD(k, l) = 1$. Dokažte, že $kl|n$, právě když zároveň platí $k|n$ a $l|n$.

Příklad 3. Pro která $n \in \mathbb{N}$ je číslo $37^{n+2} + 16^{n+1} + 23^n$ dělitelné 7?

Příklad 4. Spočtěte 7^{-1} v okruhu \mathbb{Z}_{40} .

Příklad 5. Vyřešte kongruenci

a) $42x \equiv 12 \pmod{90}$,

b) $x^2 - 1 \equiv 2 \pmod{7}$.

Příklad 6. Spočtěte $13^{13^{13}} + 15^{15^{15}} \pmod{17}$ (a^{b^c} znamená $a^{(b^c)}$, nikoliv $(a^b)^c$!)

Příklad 7. V závislosti na $a \in \mathbb{Z}$ spočtěte $a^{101} \pmod{125}$.