

**Písemka z Teorie čísel a RSA, 31.3.2006**

**1. příklad** (5 bodů)

Najdi celá čísla  $a, b$  taková, že  $(112, 371) = 112a + 371b$ .

**2. příklad** (5 bodů)

Vyjádři číslo  $\frac{112}{371}$  jako řetězový zlomek.

**3. příklad** (5 bodů)

V závislosti na celém čísle  $n$  urči, kolik je  $(2n + 3, n + 7)$ .

**4. příklad** (5 bodů)

Urči, jaký zbytek dává číslo  $7^{34}$  po dělení 17.

**5. příklad** (5 bodů)

Dokaž, že pro každé přirozené  $n$  je  $(n + 1)^n \equiv 1 \pmod{n^2}$ .

**6. příklad** (5 bodů)

Vyjádři číslo  $\sqrt{6}$  jako řetězový zlomek.

**7. příklad** (5 bodů)

Rozhodni, jestli platí: Jsou-li čísla  $p$  a  $p^2 + 2$  prvočísla, je prvočíslem i číslo  $p^3 + 2$ .

**8. příklad** (5 bodů)

Definuj Eulerovu funkci  $\varphi(n)$ . Přímo z definice dokaž, že  $n$  je prvočíslo, právě když  $\varphi(n) = n - 1$ .

**9. příklad** (10 bodů)

Urči, jaký zbytek po dělení  $p$  dává číslo

$$\sum_I \prod_{i \in I} i,$$

kde sčítáme přes všechny  $k$ -prvkové podmnožiny množiny  $\{1, 2, \dots, p - 1\}$ .

Všechny příklady klidně piš na jeden papír, jen se, prosím, snaž o to, abych poznal, kde končí jeden a začíná druhý (výsledky početních příkladů nejlépe výrazně označ). U každého příkladu svůj postup aspoň trochu vysvětli; zkus se taky nepomenout podepsat. K získání zápočtu je potřeba aspoň 30 bodů.

Přeju hodně štěstí, příjemnou zábavu při řešení a krásné jaro...