

Úvod do teorie grup: Domácí úkol 1

Termín odevzdání: 1. listopadu 2021 do 09:00

1. V grupě G uvažujme normální podgrupy $A, B \trianglelefteq G$ splňující $AB = G$. Dokažte, že platí

$$G/A \cap B \cong G/A \times G/B.$$

2. Buď H, N grupy a uvažujme homomorfismy $\psi, \varphi : H \rightarrow \text{Aut}(N)$. Předpokládejme, že existuje $\alpha \in \text{Aut}(N)$ takové, že pro každé $x \in H$ platí rovnost $\varphi(x) = \alpha\psi(x)\alpha^{-1}$. Dokažte, že

$$N \rtimes_{\varphi} H \cong N \rtimes_{\psi} H.$$

3. Určete všechny semidirektní součiny $\mathbb{Z}_4 \rtimes \mathbb{Z}_2$. Pro každý rozhodněte, které známé grupě je izomorfní.
4. Určete grupu $\text{Aut}(D_6)$, kde D_6 je grupa symetrií trojúhelníka.

Každá úloha je za 5 bodů. O řešení příkladů se můžete bavit se spolužáky (a s vyučujícími), ale řešení sepište sami.

Řešení prosím odevzdejte buď papírově na začátku cvičení, nebo emailem Martinu Raškovi raska.martin@gmail.com.