

1. soutěžní série

3. 10. 2022

Úloha 1. A je nějaká množina iracionálních čísel taková, že součet každých dvou různých prvků A je racionální. Kolik nejvíce prvků může A mít? (5 bodů)

Úloha 2. Nalezněte všechna reálná řešení rovnice

$$4x^2 - 40[x] + 51 = 0.$$

(10 bodů)

Úloha 3. Ukažte, že pro každé $n \geq 5$ lze množinu $\{1, 2, \dots, n\}$ rozdělit na dvě množiny tak, že součet prvků v jedné se rovná *součinu* prvků v druhé. (10 bodů)

Úloha 4. Určete hodnotu součtu

$$\frac{1/2}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1/4}{1 + \sqrt[4]{2}} + \frac{1/8}{1 + \sqrt[8]{2}} + \frac{1/16}{1 + \sqrt[16]{2}} + \dots$$

(15 bodů)