

1. soutěžní série

9. 10. 2019

Úloha 1. Pro která přirozená $n \geq 3$ existuje n -úhleník, pro jehož libovolnou stranu existuje jiná strana, která je s ní rovnoběžná?

(5 bodů)

Úloha 2. Je-li $S \subset \mathbb{R}$, označíme A_S množinu všech aritmetických průměrů dvojic čísel z S . Jaký nejmenší počet prvků může mít A_S , je-li S n -prvková?

(10 bodů)

Úloha 3. Buď n přirozené číslo a $d_1 < d_2 < d_3 < d_4$ jeho čtyři nejmenší dělitelé. Najděte všechna n , pro která platí

$$n = d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + d_4^2.$$

(10 bodů)

Úloha 4. Pro posloupnost $A = (a_0, a_1, a_2, \dots)$ definujme $SA = (a_0, a_0 + a_1, a_0 + a_1 + a_2, \dots)$ jako posloupnost částečných součtů posloupnosti A . Existuje nenulová posloupnost A , pro niž všechny posloupnosti $A, SA, SSA, SSSA, \dots$ konvergují?

(15 bodů)