

1. soutěžní série

10. 10. 2018

Úloha 1. Najděte všechna přirozená n taková, že pokud liché a splňuje $a^2 \leq n$, pak $a|n$. (5 bodů)

Úloha 2. Existují dvě různé ryze konvexní funkce takové, že se na intervalu $[0, 1]$ protnou nekonečně-krát, ale jen spočetně-krát? (10 bodů)

Úloha 3. (seriál) V obdélníkovém sále s r řadami po s sedadlech ($r > s$) na některá místa usedli lidé. Dokažte, že můžeme vybrat $k \geq 1$ řad tak, aby v každém sloupci sedadel byl počet lidí sedících ve vybraných řadách sudý. (10 bodů)

Úloha 4. Nechť S je množina všech trojic kladných iracionálních čísel se součtem 1. Pokud $A = \{x, y, z\} \in S$ a $x > \frac{1}{2}$, definujme $A' = \{2x - 1, 2y, 2z\}$. Musí nám opakování této operace nakonec dát trojici čísel menších než $\frac{1}{2}$? (10 bodů)