6. domácí série

Úlohy budou předváděny na semináři 9. 1. 2017.

Úloha 1. Buď n přirozené číslo a označme $M = \{1, \ldots, n\}$. Určete, kolik existuje uspořádaných šestic $(A_1, \ldots, A_6)$ s následující vlastností: $A_1, \ldots, A_6$ jsou podmnožiny M a každý prvek M je buď ve všech šesti množinách A_i, nebo v žádné, nebo právě ve třech.

Úloha 2. Najděte množinu všech $a_1 \geq 0$, pro něž je limita rekurentně zadané posloupnosti $a_{n+1} = 2017^n a_n^2$, $n = 1, 2, \ldots$ rovna nule.

Úloha 3. Nechť A, B, C, D jsou reálné $n \times n$ matice takové, že AB a CD jsou symetrické a platí $AD - B^{\mathrm{T}} C^{\mathrm{T}} = I$ (kde I je jednotková matice). Dokažte, že pak $DA - BC = I$.

Úloha 4. (seriál) Existuje posloupnost spojitých funkcí $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, které bodově konvergují k nulové funkci, ale konvergence není stejnoměrná na žádném intervalu?

⋆ **Úloha 5.** Existuje komutativní okruh R (s jednotkou) takový, že pro všechna $x \in R$ existuje $y \in R$ splňující $x = y^2$ a $y \neq x$?

⋆ **Úloha 6.** Je možné nakreslit do roviny kružnice takovým způsobem, aby každá přímka protnula aspoň jednu, ale žádná více než sto?

---

web: `http://atrey.karlin.mff.cuni.cz/resitel`