

5. soutěžní série

9. 12. 2013

Úloha 1. Kolik nejvíce jedniček se může vyskytovat v reálné regulární $n \times n$ matici ($n \in \mathbb{N}$), jejíž prvky jsou pouze nuly a jedničky?

Úloha 2. Nalezněte přirozená čísla a, b taková, že

$$a \cdot b = 3^{4^5} + 4^{5^6} \quad \text{a} \quad a, b > 10^{2013}.$$

Úloha 3. Rozmístěte do roviny 2013 bodů tak, aby každé dva měly iracionální vzdálenost, ale každé tři byly vrcholy nedegenerovaného trojúhelníka s racionálním obsahem.

Úloha 4. Buď $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ spojitá funkce, která splňuje

$$\lim_{|z| \rightarrow \infty} \frac{f(z)}{z} = 1.$$

Ukažte, že f má aspoň jeden nulový bod.