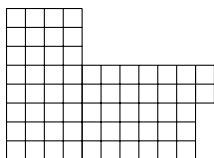


3. soutěžní série

11. 4. 2016

Úloha 1. Rozdělte následující útvar na dva kusy podél hranic buněk tak, aby z výsledných kusů šlo sestavit čtvercovou tabulku:



Úloha 2. Buďte $k \in \mathbb{N}$ a $f(x) = \frac{1}{x^k - 1}$. Označme $f^{(n)}$ n -tou derivaci funkce f . Pak

$$f^{(n)}(x) = \frac{P_n(x)}{(x^k - 1)^{n+1}}, \quad x \neq 1,$$

kde P_n je nějaký polynom. Určete $P_n(1)$.

Úloha 3. Nechť reálná spojitá funkce f splňuje

$$\int_0^\infty |f(x)| dx < \infty.$$

Dokažte, že

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^\infty \left| f\left(x + \frac{1}{n}\right) - f(x) \right| dx = 0.$$

Úloha 4. Automorfismy f_1, f_2, f_3 vektorového prostoru \mathbb{R}^3 splňují: Pro každý vektor $v \in \mathbb{R}^3$ jsou vektory $f_1(v), f_2(v), f_3(v)$ lineárně závislé. Musí být už nutně samotné f_1, f_2, f_3 být lineárně závislé?