

1. soutěžní série

29. 2. 2016

Úloha 1. Kolik nejvýše jedniček může obsahovat invertibilní matice $n \times n$ nad \mathbb{R} ?

Úloha 2. Nechť $v, w, x, y \in \mathbb{C}^2$. Dokažte, že existují $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$, $|\alpha| + |\beta| \neq 0$ taková, že vektory $\alpha v + \beta w$ a $\alpha x + \beta y$ jsou lineárně závislé (nad \mathbb{C}).

Úloha 3. Existují spojité funkce $f, g : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ takové, že $f(g(t)) = g(f(t))$ pro všechna $t \in [0, 1]$ a $f(t) \neq g(t)$ pro všechna $t \in [0, 1]$?

Úloha 4. Mějme nezáporné celé číslo k a $n = 2^k$. Dále označíme množinu $[n] = \{1, 2, 3, \dots, n\}$. Najděte posloupnost transpozic na $[n]$ délky kn , takovou, že každou permutaci na $[n]$ lze získat coby složení nějaké její podposloupnosti (v původním pořadí).