4. soutěžní série

20. 4. 2015

Úloha 1. Existuje posloupnost přirozených čísel

$$a_1 < a_2 < \cdots < a_{100}$$

taková, že pro všechna $2 \leq k \leq 99$ je $\gcd(a_{k-1}, a_k) > \gcd(a_k, a_{k+1})$?

Úloha 2. (seriál 2) Sečtěte řadu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{1}{n^2 + n + 1}.$$

Úloha 3. Jistá permutace permutuje prvky $n \times n$ matic tak, že regulární matice zůstanou po zpermutování regulární a jednotková matice zůstane jednotkovou. Dokažte, že toto zpermutování zachovává determinant $n \times n$ matic.

Úloha 4. Buď f reálná funkce. Dokažte, že množina hodnot, kterých f nabývá ve svých (ne nutně ostrých) lokálních maximech, je (nejvýše) spočetná.

web: `http://atrey.karlin.mff.cuni.cz/resitel`