2. soutěžní série

19. 3. 2014

Úloha 1. Je možné vyvážit dvojici kostek takovým způsobem, aby všechny součty $2, \dots, 12$ padaly se stejnou pravděpodobností?

Úloha 2. Nechť $\{x_i\}_{i=1}^n$ je konečná posloupnost reálných čísel. Řekneme, že blok po sobě jdoucích členů této posloupnosti je *jezevčík*, pokud je aritmetický průměr tohoto bloku větší než 2014; první člen jezevčíka nazveme *hlava* (samostatný člen > 2014 je také jezevčíkem a jeho hlavou). Předpokládejme, že aspoň jeden jezevčík existuje. Dokažte, že průměr všech členů, které jsou hlavou nějakého jezevčíka, je větší než 2014.

Úloha 3. Buď G grupa, G' její komutant (tedy podgrupa generovaná prvky tvaru $xyx^{-1}y^{-1}$, $x, y \in G$) a N normální cyklická podgrupa G. Dokažte, že $gn = ng$ pro všechna $g \in G'$, $n \in N$.

Úloha 4. Najděte všechny monotónní diferencovatelné funkce (nebo ukažte, že taková neexistuje) f zobrazující interval J na J a splňující $f' = f^{-1}$ na J. Řešte (a) pro $J = (0, 2)$ a (b) pro $J = (0, +\infty)$.

---

výsledky na `http://atrey.karlin.mff.cuni.cz/resitel`