Úloha 3.3 Stačí vhodně použít A-G nerovnosti, např. $xy+yz+zx \leq x^2+y^2+z^2$.

Úloha 3.5 Označme $v_i = A_i - B$. Bod B je uvnitř konvexního obalu $A_1, \ldots, A_{n+1}$ právě když existují koeficienty $\lambda_1 \ldots, \lambda_{n+1} > 0$ splňující $\sum_i \lambda_i v_i = 0$. Úhel $\angle A_i B A_j > 90^\circ$ právě když $v_i \cdot v_j < 0$. Z

$$0 = \left\| \sum_i \lambda_i v_i \right\|^2 = \sum_i \lambda_i^2 \|v_i\|^2 + 2 \sum_{i<j} \lambda_i \lambda_j v_i \cdot v_j$$

plyne, že alespoň jedna dvojice (i,j) existuje. Zkuste jich najít více.

Úloha 3.6 Pro pevnou konstantu $c \geq 2$ rozdělme čísla z $\{k : \tau(k) | k\}$ na T_1 – některý prvočíselný dělitel k má exponent alespoň c a T_2 – všichni prvočíselní dělitelé k mají exponent menší než c. T_1 bude mít hustotu nejvýše $\sum_p \frac{1}{p^c}$. Pro T_2 odvoďte horní odhad možného počtu prvočíselných dělitelů $k \in T_2$ a pomocí hustoty prvočísel ukažte, že takových čísel je málo.